UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i:	MEK 1300 — Fluidmekanikk.
Eksamensdag:	Onsdag 1. juni 2005.
Tid for eksamen:	14.30 – 17.30.
Oppgavesettet er på 3 sider.	
Vedlegg:	Ingen.
Tillatte hjelpemidler:	Rottmann: Matematische Formelsamlung, godkjent kalkulator.

Kontroller at oppgavesettet er komplett
før du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgave 1.

a) Utled Bernoullis ligning for en stasjonær, friksjonsfri væskestrømning når

- væsken er inkompressibel
- væsken er kompressibel slik at tettheten er en funksjon av trykket, $\rho = \rho(p)$ el. $p = p(\rho)$.

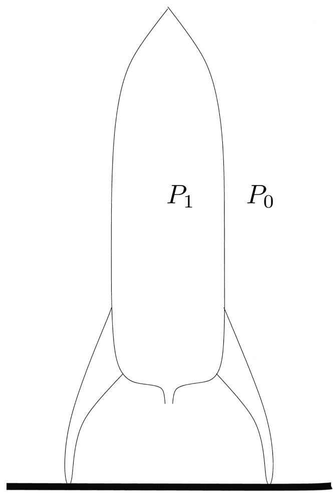
b) Når vi antar at væsken er en ideal gass og prossessene er isentrope er sammenhengen mellom trykk og tetthet gitt ved

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^\gamma \qquad \text{el.} \qquad \frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{1/\gamma}$$

der γ er en konstant (adiabatkonstanten). Finn Bernoullis ligning for dette tilfellet.

(Fortsettes side 2.)

Oppgave 2.



En beholder som vist på figuren er fylt med luft. Vi tenker oss at vi skal bruke beholderen som en rakett drevet av komprimert luft. Beholderen står i ro på bakken og utløpet (åpningen) er stengt. Trykket inne i beholderen er p_1, og trykket utenfor beholderen er p_0, ($p_1 > p_0$). Utløpet åpnes, og luft strømmer vertikalt nedover ut av beholderen. Vi regner strømningen som stasjonær og friksjonsfri. Tverrsnittsarealet av åpningen er A. Luften regnes som en kompressibel ideal gass, og vi antar at strømningen er en isentrop prosess slik at

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\gamma} \qquad \text{eller} \qquad \frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{1/\gamma}$$

der γ er adiabatkonstanten.

a) Finn utstrømningshastigheten v_0 gjennom utløpet (dysen) på "raketten". Hva er tettheten i utløpet?

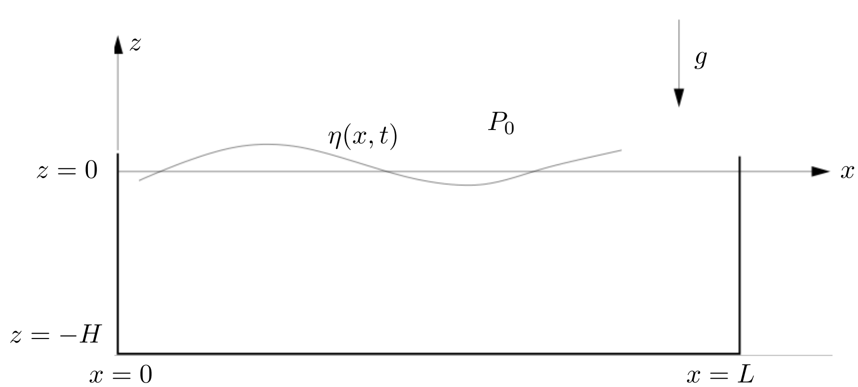
b) Skriv opp impulsligningen (uten utledning) og forklar betydningen av hvert ledd.

c) Bruk impulsligningen til å finne kraften (pga. utstrømningen) på raketten når den står i ro på bakken. (Se bort fra volumkrefter i denne beregningen.)

d) Finn hvor stor v_0 må være hvis kraften skal være akkurat stor nok til å løfte raketten når den totale massen av raketten (inkl. luft) er M, og tyngens aksellerasjon er g. (Vi antar at $p_1 \leq 2p_0$ slik at hastigheten gjennom dysen er lavere enn lydhastigheten.)

Oppgave 3.

Vi skal se på to-dimensjonal, friksjonsfri og hvirvelfri bølgebevegelse i et basseng som vist på figuren.



(Fortsettes side 3.)

Væsken regnes som homogén og inkompressibel med tetthet ρ. Ved likevekt er overflaten gitt ved $z = 0$.

Det settes i gang en bølgebevegelse med et hastighetspotensial $\phi(x, z, t)$ og med en fri overflate $z = \eta(x, t)$.

a) Skriv opp de fullstendige grenseflatebetingelser for problemet. Linearisér grenseflatebetingelsene ved den frie overflaten. (Vi antar at amplituden i svingningene er tilstrekkelig liten.)

Overflaten og hastighetspotensialet er gitt ved

$$\eta(x, t) = a \cos kx \cos \omega t$$
$$\phi(x, z, t) = \hat{\phi}(z) \cos kx \sin \omega t.$$

der a, k og ω er konstanter.

b) Finn $\hat{\phi}(z)$.

c) Finn dispersjonsrelasjonen (relasjonen mellom k og ω).

d) Finn hvilke verdier av k som kan brukes.

e) Amplituden a i svingningene skal bestemmes ut fra målinger av trykk-*fluktuasjonene* p' ved bunnen i enden av bassenget $(x = 0,\ z = -H)$. Bestem a når trykkmåleren ved bunnen viser at $p' = b \cos \omega t$.

SLUTT