

# UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i: MEK 1300 — Fluidmekanikk.

Eksamensdag: Fredag 2. juni 2006.

Tid for eksamen: 9.00 – 12.00.

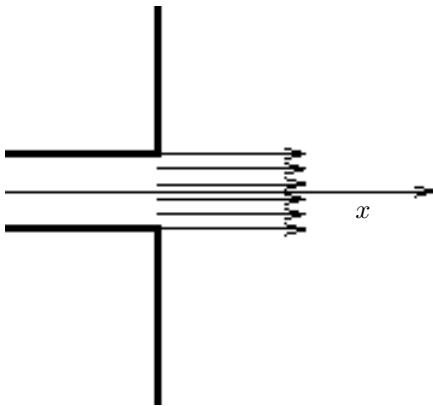
Oppgavesettet er på 4 sider.

Vedlegg: Ingen.

Tillatte hjelpemidler: Rottmann: Matematiske Formelsamling og godkjent kalkulator.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

## Oppgave 1.

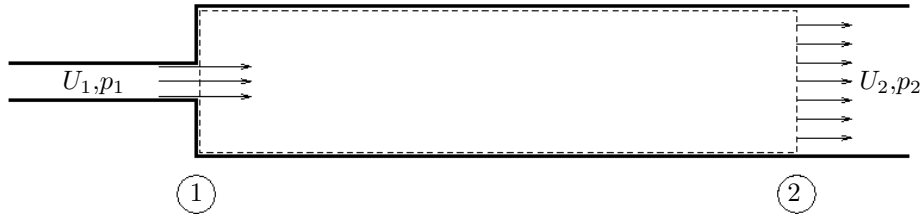


I hele denne oppgaven (bortsett fra i pkt b) ) dreier det seg om stasjonær, friksjonsfri strømning av homogen, inkompressibel væske med tetthet  $\rho$

- a) En rett væskestråle der hastigheten er gitt som  $\mathbf{v} = u(x, y, z)\mathbf{i}$  strømmer inn i en stillestående væske som vist på figuren. Bruk bevegelsesligningen og grenseflatebetingelser til å vise at trykket i den omgivende væske og i strålen er det samme. (Se bort fra volumkrefter.)

(Fortsettes side 2.)

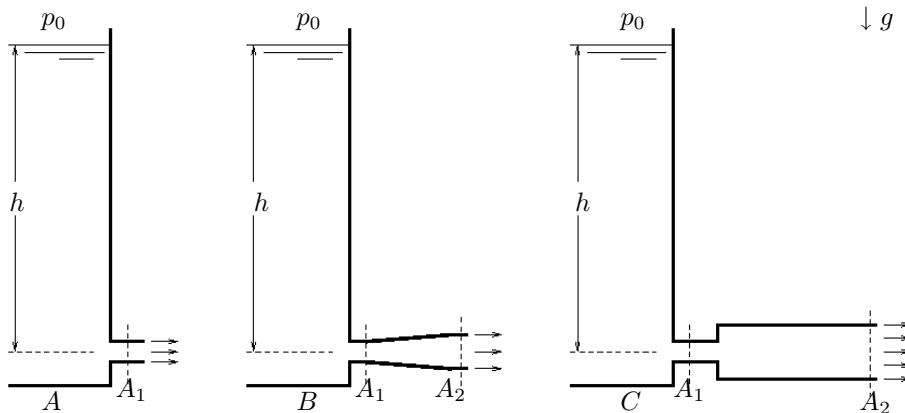
Væske strømmer i et rør der tverrsnittet brått øker fra  $A_1$  til  $A_2$  som vist på figuren.



Væsken kommer inn i det tykke røret som en rett stråle. Strømhastighet og trykk er  $U_1, p_1$  før utvidelsen og  $U_2, p_2$  langt nedenfor rørutvidelsen. Strømhastighet og trykk regnes konstante over tverrsnittet i det tynne røret og over et tverrsnitt langt nedenfor rørutvidelsen. Vi legger inn et kontrollvolum ( $KV$ ) som vist med stiplet linje på figuren.

- b) Skriv opp (uten utledning) impulslikningen for ikke-stasjonær, friksjonsfri strømning (med volumkraft) og forklar hva hvert av leddene i ligningen betyr.
- c) Det viser seg at trykket overalt på kontrollflaten 1 er tilnærmet lik trykket  $p_1$  ved utløpet av det tynne røret. Vi antar derfor at trykket overalt på kontrollflaten 1 er  $p_1$ .  
Kan du kort kommentere denne antagelsen?  
Finn trykkforskjellen  $p_2 - p_1$  uttrykt ved  $\rho, U_1$  og  $U_2$ . Hvorfor vil ikke Bernoullis ligning gi et riktig svar i dette tilfellet?

Vi skal nå se på stasjonær utstrømning fra tre åpne kar som vist på figuren nedenfor. Eneste volumkraft er tyngden.



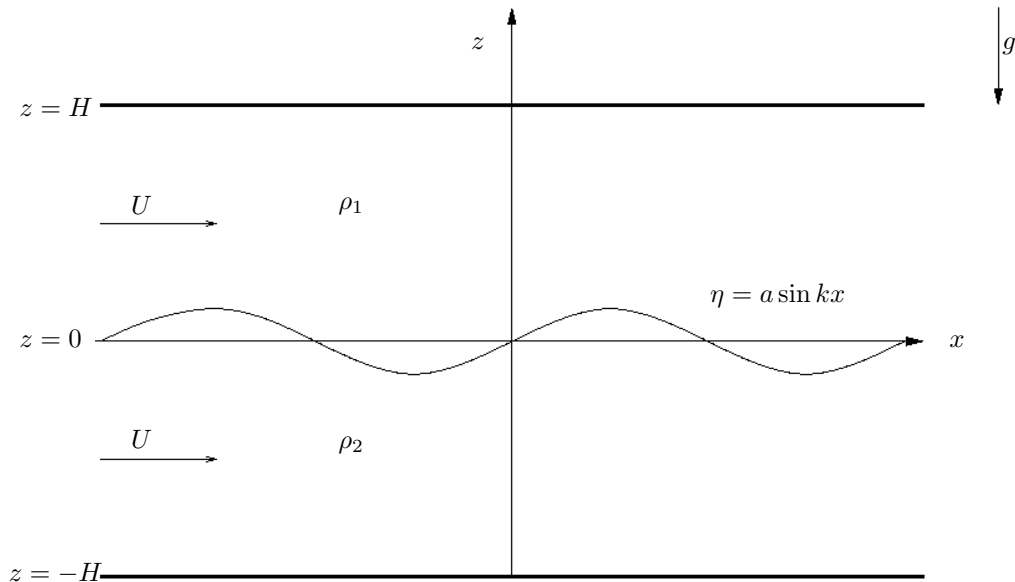
(Fortsettes side 3.)

Vi antar at hastigheten er konstant over tverrsnittene  $A_1$  og  $A_2$ .  
 ( $A_2 > A_1$ )

- d) Finn utløpshastigheten og volumfluxen  $Q$  ved de tre utløpsåpningene (uttrykt ved  $g$ ,  $h$ ,  $A_1$  og (for B, C)  $A_2$ )  
 Hvilket kar har størst volumflux?  
 Vil kar C ha større volumflux enn kar A?  
 Begrunn svarene.

## Oppgave 2.

Vi skal i denne oppgaven se på indre bølger på en strøm.



Vi har to væskelag, begge med tykkelse  $H$ , som ligger i ro i tyngdefeltet mellom to horisontale faste plan ved  $z = \pm H$ .

Hvert væskelag består av en homogen, inkompressibel væske med tetthet  $\rho_1$  for det øvre laget ( $0 \leq z \leq H$ ) og  $\rho_2$  for det nedre laget ( $-H \leq z \leq 0$ ), og  $\rho_1 < \rho_2$ .

Væskene settes i todimensjonal, friksjonsfri bevegelse, og vi antar at skilleflaten får formen

$$\eta = a \sin kx$$

der  $a$  og  $k$  er positive konstanter. Vi antar videre at vi har små perturbasjoner (forstyrrelser) slik at  $ka \ll 1$  og  $\frac{a}{H} \ll 1$ . Eneste volumkraft er tyngden.

(Fortsettes side 4.)

- a) Hvorfor må bevegelsen i hvert lag være hvirvelfri?
- b) Sett opp det fullstendige randverdiproblem (ligninger med eksakte grenseflatebetingelser (randkrav)) for denne bevegelsen.
- c) Finn de lineariserte grenseflatebetingelser for problemet.
- d) Vi setter  $\Phi_{1,2} = F_{1,2}(z) \cos kx$  der indeks 1 gjelder øvre lag og indeks 2 nedre lag. Finn  $F_{1,2}(z)$  og  $U = U(g, k, H, \rho_1, \rho_2)$
- e) Finn den maksimale verdi  $U$  kan ha når  $H$  er gitt.  
Hva får du når du setter  $\rho_1 = 0$ ? Kommentér resultatet.
- f) Finn et uttrykk for

$$\Delta u = u_2(x, z = 0) - u_1(x, z = 0)$$

der  $u_{1,2}$  er horisontalhastigheten i de to væskelagene.

Er  $|\Delta u|$  størst ved bølgetopp (bølgebunn) eller knutepunkt?

SLUTT