

UNIVERSITETET I OSLO

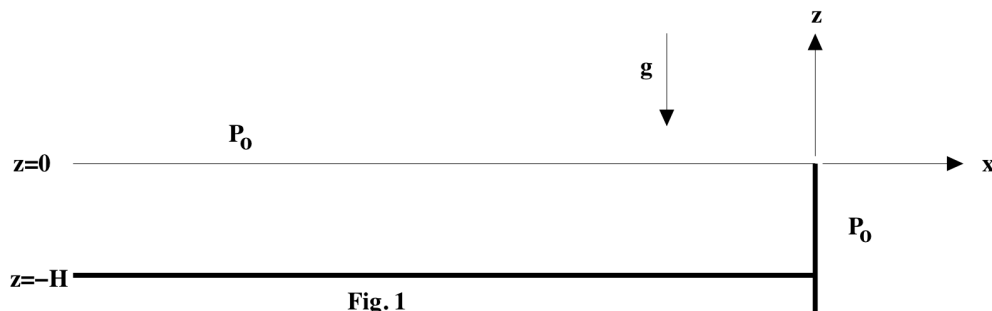
Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i: MEK 2300 — Fluidmekanikk.
Eksamensdag: Mandag 4. juni 2007.
Tid for eksamen: 14.30 – 17.30.
Oppgavesettet er på 3 sider.
Vedlegg: Ingen.
Tillatte hjelpemidler: Rottmann: Matematiske Formelsamling og godkjent kalkulator.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgave 1.

I hele denne oppgaven skal vi se på likevekt eller to-dimensjonal, friksjonsfri strømning av homogen inkompressibel væske med tetthet ρ . Den eneste volumkraft er tyngden. Vi har en lang kanal som vist på figur 1.



Væsken ligger i ro og likevekt over en horisontal bunn ved $z = -H$, og trykket over den frie overflaten $z = 0$ er p_0 .

Kanalen er stengt med en luke ved $x = 0$ og er knyttet til et stort reservoar (langt ute til venstre i fig. 1) slik at væskeoverflaten holder seg i posisjonen $z = 0$ også når luka åpnes. Vi regner at kanalen har bredde = 1 (Enhetsbredde).

(Fortsettes side 2.)

- a) Finn resultant-kraften og kraftens angrepshøyde (virkningslinje) på luka når væsken er i ro og likevekt.

Vi setter i gang en bølgegenerator ved $x = 0$, og det blir etterhvert dannet en to-dimensjonal bølgebevegelse i kanalen. Formen på den frie overflaten blir nå

$$F = z - \eta = 0 \text{ der } \eta = a \cos k(x + ct)$$

a, k og c er konstanter.

Vi regner at amplituden i bølgebevegelsen er så liten at grenseflatebetingelsene ved den frie overflaten kan lineariseres.

- b) Forklar hvorfor bevegelsen må være hvirvelfri med et hastighetspotensial ϕ og utled de lineariserte grenseflatebetingelser for problemet.
- c) Vi antar at $\phi = f(z) \sin k(x + ct)$. Finn $f(z)$ og finn et uttrykk for fasehastigheten for bølgene. Hva kalles dette uttrykket (eller relasjonen)?

Vi stopper bølgegeneratoren og åpner nå luka en vinkel α ($\alpha < 90$) som vist på fig. 2. Det oppstår en stasjonær strøm med hastighet U i kanalen.

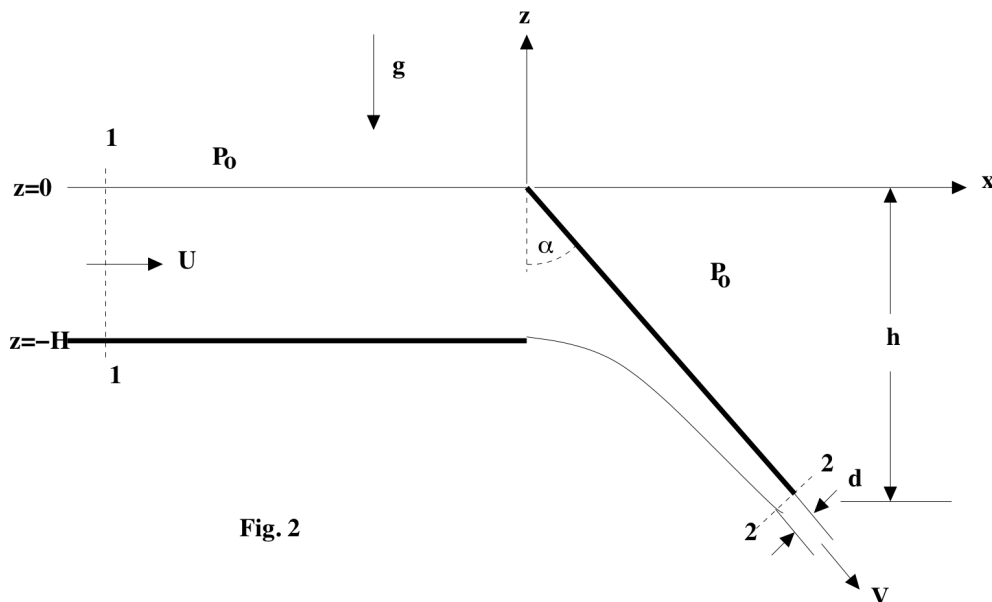


Fig. 2

Vi regner ρ, p_0, U, H, h og α som kjente størrelser.

- d) Finn hastigheten V og vis at tykkelsen d på den frie strålen ved **2** er

$$d = \frac{H}{\left(1 + \frac{2gh}{U^2}\right)^{1/2}}$$

(Bruk d som en kjent størrelse i videre utregninger.)

Finn også trykkfordelingen ved tverrsnitt **1**.

U og V er konstante over tverrsnittene **1** og **2** henholdsvis.

(Fortsettes side 3.)

- e) Definer et passende kontrollvolum og finn *horisontalkomponenten* K_x av kraften \mathbf{K} som trenges for å holde luka i denne posisjonen. (Sett $p_0 = 0$ i denne utregningen, og husk at luka har bredde = 1.)
- f) Hvorfor kan du når du kjenner K_x , også finne vertikalkomponenten K_z av kraften? Hva er retningen på kraften \mathbf{K} ? (Luka regnes som masseløs.)

Et stykke oppstrøms (dvs. ute til venstre i fig. 2) ligger en båt fortøyd. Bak båten (dvs. nedstrøms) danner det seg stasjonære hekkbølger (bølger som står i ro på strømmen). Vi regner bevegelsen som en to-dimensjonal, stasjonær bevegelse, og bølgene har så liten amplitude at grenseflatebetingelsene kan lineariseres. Du observerer at hekkbølgene har en bølgelengde λ .

- g) Hva er da strømhastigheten U i kanalen? Begrunn svaret.
- h) Vi kan øke utstrømningen ved å øke vinkelen α . Hvordan går det med bølgelengden for de stasjonære bølgene hvis U øker? Er det noen betingelse på U for at slike stasjonære bølger skal eksistere?

SLUTT