

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i MEK2300 — Fluidmekanikk.

Eksamensdag: Tirsdag 3. juni 2007.

Tid for eksamen: 09.00 – 12.00.

Oppgavesettet er på 3 sider.

Vedlegg: Ingen.

Tillatte hjelpemidler: Rottmann: Matematishe Formelsamlung, godkjent kalkulator

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgave 1 (vekt 65%)

Vi skal nå se på to-dimensjonale overflatebølger i en homogen inkompressibel væske med tetthet ρ . Eneste volumkraft er tyngden

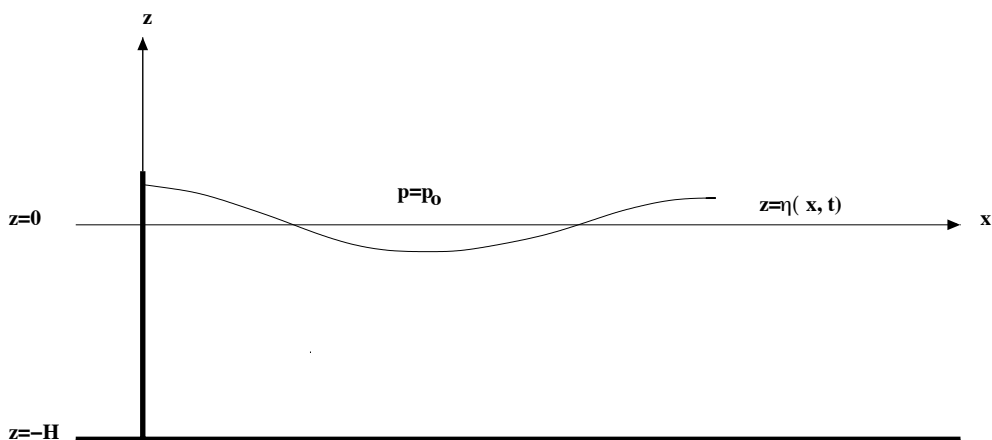


Fig. 1

For tiden $t < t_0$ er væsken i ro og likevekt, overflaten er ved $z = 0$ og bunnen ved $z = -H$. Ved $x = 0$ er det en vertikal vegg, mens væskelaget er ubegrenset i positiv x-retning. Ved $t = t_0$ settes det i gang en bølgebevegelse (overflatebølger) i væsken. Trykket over væsken er konstant lik p_0 .

Formen på den frie overflaten blir nå

$$z = \eta(x, t) = a \cos(\omega t) \cos(kx),$$

hvor a , k og ω er konstanter. Vi regner at amplituden i bølgebevegelsen er så liten at grenseflatebetingelsene ved den frie overflaten kan lineariseres.

ρ , p_0 , g , a , k , ω og H regnes som kjente størrelser.

(Fortsettes på side 2.)

1a

Forklar hvorfor bevegelsen må være hvirvelfri med et hastighetspotensial ϕ .

1b

Utlede de lineariserte grenseflatebetingelser for problemet.

1c

Vi antar at $\phi = A(t) * f(z) * \cos(kx)$.

Finn $A(t)$ og $f(z)$ og bestem relasjonen mellom ω og k .

Hva er grenseflatebetingelsen ved $x = 0$ og vis at denne er oppfylt.

1d

Finn strømfunksjonen. Finn også strømlinjene $\psi = 0$ og skissér de andre strømlinjene.

1e

Finn trykket $p(x, z, t)$ i væsken. Del opp trykket i en stasjonær del og en ikke-stasjonær del $p'(x, z, t)$. Hva representerer (kalles) denne stasjonære delen?

1f

Finn kraften (per breddeenheter) fra væsken på sideveggen $x = 0$.

1g

Vis at kraften kan skrives

$$\mathbf{K} = -\mathbf{i}[p_m + \rho g \eta(x = 0, t)]H$$

når bølgelengden λ er meget stor i forhold til dybden H og $p_m = p_0 + \frac{1}{2}\rho g H$.

(Fortsettes på side 3.)

Oppgave 2 (vekt 35%)

I denne oppgaven ser vi på to-dimensjonal friksjonsfri og stasjonær strømning av homogen inkompressibel væske med tetthet ρ . Eneste volumkraft er tyngden.

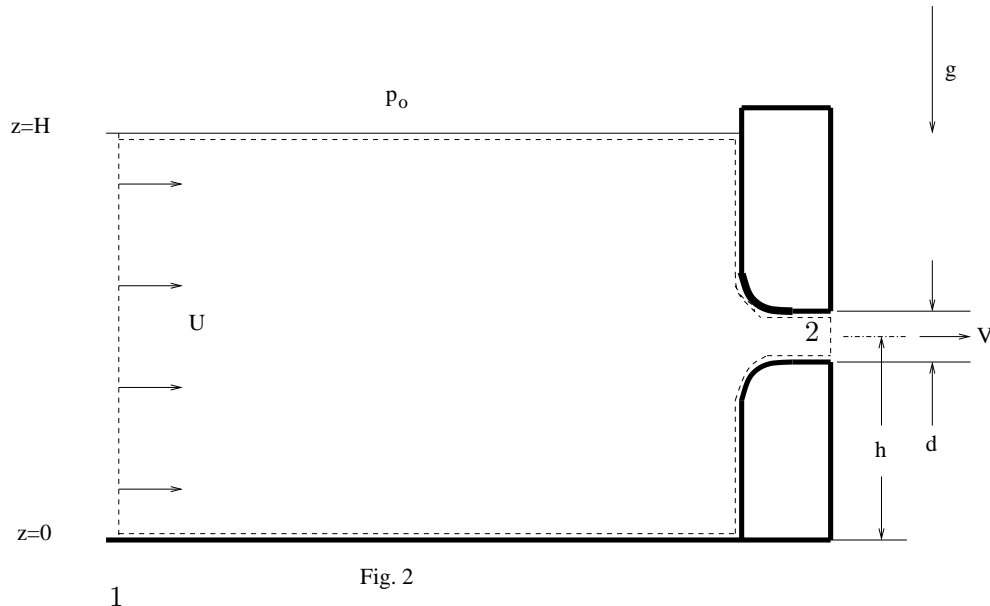


Fig. 2

Væsken strømmer i en åpen kanal og ut gjennom en åpning (spalte) i en demning som vist i fig 2. Vi regner at bredden på kanalen (og åpningen) er lik 1 (enhetsbredde). Tykkelsen på strålen ut fra demningen er d . Trykket over og utenfor kanalen er p_0 . Hastigheten regnes konstant over tverrsnittet oppstrøms (1) og over åpningen (2).

ρ , p_0 , g , h , H og d regnes som kjente størrelser.

2a

Finn hastighetene U og V . Finn også trykkfordelingen over tverrsnitt 1.

2b

Bruk et kontrollvolum som vist ved den stiplede linja i fig. 2 og finn kraften \mathbf{K} fra strømmingen på demningen. (Du kan se bort fra tyngden og sette $p_0 = 0$ i denne beregningen.)

2c

Finn også kraften \mathbf{K}_0 på en demning uten åpning. (Ingen gjennomstrømning i kanalen).

Er K større eller mindre enn K_0 ?

Hvor stor er den relative forandringen $\frac{K-K_0}{K_0}$ for en demning der det blir laget en åpning (spalte) slik at $\frac{H}{h} = 2$ og $\frac{H}{d} = 9$?

SLUTT