MEK4480 — project 1

Obligatorisk oppgave: project 1

Innleveringsfrist

Friday 14th May 2021, klokken 14:30 i Canvas (canvas.uio.no).

Instruksjoner

Du velger selv om du skriver besvarelsen for hånd og scanner besvarelsen eller om du skriver løsningen direkte inn på datamaskin (for eksempel ved bruk av LaTeX). Besvarelsen skal leveres som én PDF-fil. Scannede ark må være godt lesbare. Besvarelsen skal inneholde navn, emne og oblignummer.

Det forventes at man har en klar og ryddig besvarelse med tydelige begrunnelser. Husk å inkludere alle relevante plott og figurer. Studenter som ikke får sin opprinnelige besvarelse godkjent, men som har gjort et reelt forsøk på å løse oppgavene, vil få én mulighet til å levere en revidert besvarelse. Samarbeid og alle slags hjelpemidler er tillatt, men den innleverte besvarelsen skal være skrevet av deg og reflektere din forståelse av stoffet. Er vi i tvil om du virkelig har forstått det du har levert inn, kan vi be deg om en muntlig redegjørelse.

I oppgaver der du blir bedt om å programmere må du legge ved programkoden og levere den sammen med resten av besvarelsen. Det er viktig at programkoden du leverer inneholder et kjøreeksempel, slik at det er lett å se hvilket resultat programmet gir.

Søknad om utsettelse av innleveringsfrist

Hvis du blir syk eller av andre grunner trenger å søke om utsettelse av innleveringsfristen, må du ta kontakt med studieadministrasjonen ved Matematisk institutt (7. etasje i Niels Henrik Abels hus, e-post: studieinfo@math.uio.no) i god tid før innleveringsfristen.

For å få adgang til avsluttende eksamen i dette emnet, må man bestå alle obligatoriske oppgaver i ett og samme semester.

For fullstendige retningslinjer for innlevering av obligatoriske oppgaver, se her:

www.uio.no/studier/admin/obligatoriske-aktiviteter/mn-math-oblig.html

Regler for obligatoriske oppgaver i MEK4480:

Du skal levere EN PDF fil i Devilry — ikke flere filer, ikke noe annet enn PDF. Du må presentere en av delene i Obligen i vår regnetime uken etter innleveringsfristen, som blir avtalt i forelesning.

LYKKE TIL!

1 Experiments – measurement of underwater sound of oscillating bubbles

When you drink a soda, beer or glass of champagne, you can hear a crackling sound of bubbles in your glass. This exercise focuses on the physical understanding of the fluid flow processes leading to this sound.

1.1 Designing the experiment

We want perform an experiment to test our predictions from the Rayleigh Plesset equation, which gives us a description of the bubble oscillations and their sound generation. How would you setup the experiment to do this? What do you need to measure? Why? Set up the experiment.

1.2 Measure the initial radius of the bubble and oscillation frequency

Perform the experiment, releasing bubbles of three different sizes repeating each experiment three times.

1.3 Post-processing the experimental data

Extract the initial bubble radius by analysing the pictures. Perform a Fourier Analysis in Python or Matlab, to extract the power spectrum and the frequency of the bubble oscillation.

1.4 Theory and numerical simulation

1. Derive the Rayleigh-Plesset equation from the perspective of conservation of energy. (see Problem 4-10 in the Leal's book)

2. You will need to derive the Minnaert acoustic frequency (f) of the oscillation of bubble in water, which is given by

$$f = \frac{1}{2\pi R_E}\sqrt{\frac{3kp_\infty}{\rho}}, \tag{1}$$

   where R_E is the equilibrium radius of the bubble, k is a constant that depends on the thermodynamic process, p_∞ is the far field pressure and ρ is the water density.

   If the acoustic oscillation is adiabatic, then k is the adiabatic index and we get

$$pV^k = p_g V_E^k, \tag{2}$$

   where p_g is the equilibrium gas pressure and $V_E = 4\pi R_E^3/3$.

   i) Start with the Rayleigh-Plesset equation and consider that the bubble radius is slightly perturbed from the equilibrium radius, namely

$$r/R_E = 1 + \sum_{n=1}^{N} \epsilon^n \delta_n(t), \tag{3}$$

   where $\epsilon \ll 1$.

   ii) Substitute the expression of r into the Rayleigh-Plesset equation (it may be helpful to express the equation in a dimensionless form) and consider the first order equation in ϵ.

   iii) Solve for $\delta_1(t)$ and the frequency f. (Hints: Damped harmonic oscillator). Consider that the surface tension and the viscosity are small (reasonable?), show that the expression of f is given by eqn. (1).

3. Here we want to solve the Rayleigh-Plesset equation numerically.

   i) Find an ODE solver (e.g. scipy.integrate.odeint for Python or one in Matlab).

ii) Solve for the evolution of the bubble radius given that the initial bubble radius is slightly different from the equilibrium radius. Compare it with your analytical result. (feel free to set the values of the parameters)

iii) What if the difference between the initial bubble radius and the equilibrium radius is not small? Compare it with your analytical result.

iv) Suppose a bubble is in equilibrium with a far field pressure p_∞. How will the bubble respond if the far field pressure p_∞ is reduced to half of the original value?