

Fasit avsluttende eksamen i STK1000 høsten 2012

1a

La Y være vekten til en tilfeldig mann. Da er Y $N(86, 15)$ -fordelt.

$$P(Y < 75) = P\left(\frac{Y - 86}{15} < \frac{75 - 86}{15}\right) = P(Z < -0.73) = 0.2327$$

1b

La X være vekten til en tilfeldig kvinne. Da er X $N(69, 12)$ -fordelt, og $Y - X$ er $N(86 - 69, \sqrt{12^2 + 15^2})$ -fordelt, dvs $N(17, 19.20937)$ -fordelt.

$$\begin{aligned} P(X > Y) &= P(Y - X < 0) = P\left(\frac{Y - X - 17}{19.20937} < \frac{0 - 17}{19.20937}\right) = P(Z < -0.88) \\ &= 0.1894 \end{aligned}$$

1c

Totalvekten er summen av ni uavhengige tilfeldige variable, fem som er $N(69, 12)$ -fordelt og fire som er $N(86, 15)$ -fordelt.

$$\mu_{\text{fem kvinner og fire menn}} = 5 \cdot 69 + 4 \cdot 86 = 689$$

$$\sigma_{\text{fem kvinner og fire menn}} = \sqrt{5 \cdot 12^2 + 4 \cdot 15^2} = 40.24922$$

$$Z = \frac{675 - 689}{40.24922} = -0.35$$

$$P(Z > -0.35) = 1 - P(Z < -0.35) = 1 - 0.3632 = 0.6368$$

2a

Hypoteser: $H_0 : \mu = 0.330$, $H_1 : \mu \neq 0.330$

Estimat for μ : $\hat{\mu} = 0.326$

2b

$$t = \frac{0.32578 - 0.330}{0.00363} = -1.16$$

p-verdi = 0.25

Konklusjon: Kan ikke forkaste nullhypotesen. Har ikke funnet bevis for at forventet mengde juice i en flaske er forskjellig fra 0.330 l.

2c

Har 50 frihetsgrader, altså har vi $t^* = 2.009$.

$$95\% \text{ KI: } \hat{\mu} \pm t^* \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} = 0.32578 \pm 2.009 \cdot 0.00363 = (0.318, 0.333)$$

Fordi vi har en tosidig test og $\mu_0 = 0.330$ ligger innenfor dette 95% konfidensintervallet, kan vi ikke forkaste nullhypotesen om at $\mu = 0.330$ på et 5% signifikansnivå.

3a

$y_i = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon_i$, $i = 1, \dots, 11$, der ε_i er uavhengige og $N(0, \sigma)$ -fordelte.

Estimat for β_0 : $b_0 = -0,341$.

Estimat for β_1 : $b_1 = 0,000772$.

Estimat for σ : $s = 0,0588$

3b

Det ser ikke ut til å være noe mønster i residualene, variasjonen ser ut til å være konstant og normalfordeling ser ut til å være en ok antakelse for residualene.

91% av variasjonen i drivstofforbruk blir forklart av vekt gjennom denne regresjonen.

3c

$H_0 : \beta_1 = 0$, $H_a : \beta_1 \neq 0$

p-verdi=0.000

Det er en signifikant lineær sammenheng mellom drivstofforbruk og vekt.

3d

$\hat{\mu}_y = 0.8554$

Har 9 frihetsgrader, det vil si $t^* = 2.262$ 95% KI: $\hat{\mu}_y \pm t^* \cdot SE_{\hat{\mu}_y} = 0.8554 \pm 2.262 \cdot 0.0183 = (0.8140, 0.8968)$