

## 7.77 Støvelsponering blant tunnelarbeidere

Sammenlignet  $n_1 = 115$  bore- og sprengningsarbeidere med  $n_2 = 220$  utendørs sementarbeidere.

Eksposeringen ble målt i  $\text{mg} \cdot \text{y} / \text{m}^3$

$$\bar{x}_1 = 18.0, \text{sd}_1 = 7.8$$

$$\bar{x}_2 = 6.5, \text{sd}_2 = 3.4$$

a) Sample: Alle fra et firma, undersøkt i forbindelse med rutinemessig helsesjekk: OK, ingen skjevheter i utvalget fra dette firmaet. Hvis dette firmaet er representativt for alle slike firmaer, er utvalget omtrent SRS: simple random sample og resultatene brukes om alle slike arbeidere. Men hvis dette firmaet er spesielt utrustet med beskyttelsesutstyr, vil disse resultatene ikke være generaliserbare til andre.

b) 95% KI for forskjell i eksponering

$\mu_1 =$  Forventet eksponering for bore/spreng-arbeidere

$\mu_2 =$  \_\_\_\_\_ utendørs-arbeidere

$\mu_1 - \mu_2$  er forventet forskjell i eksponering

95% KI for  $(\mu_1 - \mu_2)$ :

Vi vet at

$$\frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\text{sd}_1^2}{n_1} + \frac{\text{sd}_2^2}{n_2}}} \sim T_{df}$$

$$df = 115 - 1 = 114$$

eller, hvis  $\text{sd}_1 = \text{sd}_2$ :

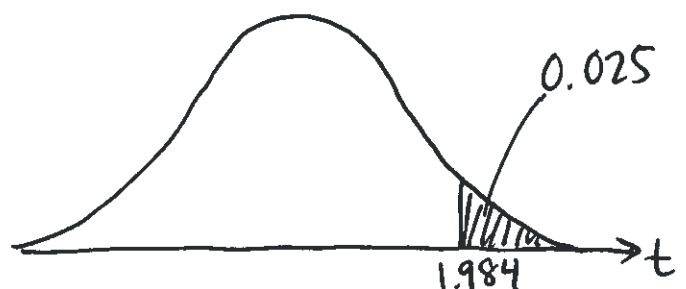
$$df = 220 + 115 - 2 = 333$$

Velger  $df = 114$

$T_{114}$  finnes ikke i Table D. Det nærmeste er  $T_{100}$

I en  $T_{100}$ -fordeling er

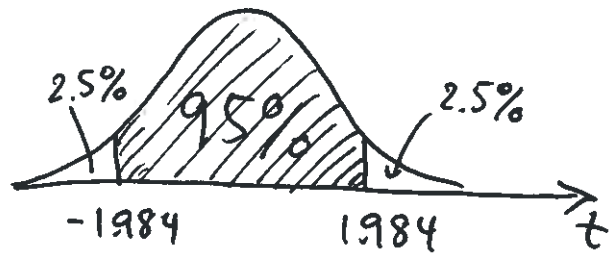
$$P(t > 1.984) = 0.025$$



Det betyr at

$$P(-1.984 < t < 1.984) = 0.95$$

(fordi alle T-fordelinger  
er symmetriske)



Dermed :

$$P\left(-1.984 < \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{sd_1^2}{n_1} + \frac{sd_2^2}{n_2}}} < 1.984\right) = 0.95$$

$$P\left(-1.984 \cdot \sqrt{\frac{sd_1^2}{n_1} + \frac{sd_2^2}{n_2}} < (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2) < 1.984 \cdot \sqrt{\frac{sd_1^2}{n_1} + \frac{sd_2^2}{n_2}}\right) = 0.95$$

$$P\left((\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - 1.984 \cdot \sqrt{\frac{sd_1^2}{n_1} + \frac{sd_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + 1.984 \cdot \sqrt{\frac{sd_1^2}{n_1} + \frac{sd_2^2}{n_2}}\right) = 0.95$$

→ 95% KI for  $\mu_1 - \mu_2$  :

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \pm 1.984 \cdot \sqrt{\frac{sd_1^2}{n_1} + \frac{sd_2^2}{n_2}}$$

$$(18 - 6.5) \pm 1.984 \cdot \sqrt{\frac{7.8^2}{115} + \frac{3.4^2}{220}}$$

$$18 - 6.5 = \underline{11.5}$$

$$\underline{[9.99, 13.01]}$$

Tolkning: Vi estimerer forskjellen til å være 11.5, altså at sprayarbeidene utsettes for 11.5 enheter mer støv enn utendørsarbeidene. Vi kan ikke utelukke at det er enda større forskjell, inntil 13 enheter, eller litt mindre forskjell, 10 enheter, men med 95% sikkerhet vil intervallet [9.99, 13.01] dekke den samme forskjellen i eksponering.

c) Test hypotesene:

$$\begin{array}{l} H_0 \quad \mu_1 = \mu_2 \\ H_1 \quad \mu_1 > \mu_2 \end{array} \left. \begin{array}{l} \text{Ensidig:} \\ \text{Hvis vi kan bruke det vi vet til å} \\ \text{anta at det må minst være like mye} \\ \text{støv inne i tunnelen.} \end{array} \right\}$$

Eller

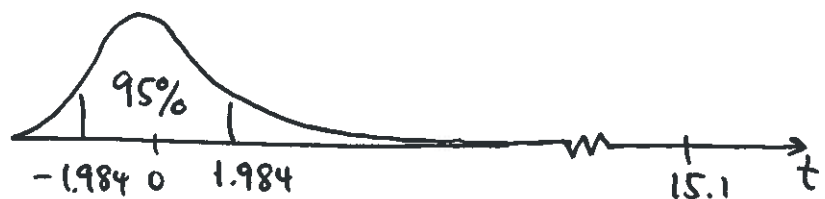
$$\begin{array}{l} H_0 : \mu_1 = \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \end{array} \left. \begin{array}{l} \text{Tosidig:} \\ \text{Hvis det ikke er soleklare grunner til} \\ \text{å tro at den ene gruppa er høyere.} \\ \text{Dette er en mer konservativ tilnærming,} \\ \text{og brukes nesten alltid innen medisin.} \\ \text{Jeg velger denne.} \end{array} \right\}$$

Testobservator:

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{sd_1^2}{n_1} + \frac{sd_2^2}{n_2}}} \sim T_{114}$$

Når  $H_0$  er sann, er denne 0

$$t = \frac{11.5}{0.76} = \underline{15.1}$$




p-verdi =  $P(\text{minst like ekstreme obs. som det vi har obs} \mid H_0)$

$$= P(|t| > 15.1 \mid t \sim T_{114}) \approx 0$$

Denne forskjellen er supersignifikant, og absolutt ikke i overensstemmelse med  $H_0$ .  $H_0$  forkastes. Det så vi også i oppgave b), der 95% kt absolutt ikke inneholdt  $H_0$ -verdien 0

d) Originaldata oppgis å være "litt skjevfordelte". T-testen er relativt robust for "litt skjevhet", og når  $n$  er såpass stor som her, burde ikke det være noe problem.

7.85 Åpne datasettet (fraboka) i Excel, og lagre som .CSV

RStudio:  Import dataset  
From local file

a)+b)

Finn csv-fila og trykk import

> Attach (ex07.85nspines)

> boxplot (dbh ~ ns)

> hist (dbh [ns == "n"])

> qqnorm(-----)

> hist (dbh [ns == "s"])

> qqnorm(-----)

} kanskje ikke helt  
"relativt symmetrisk",  
men litt skjeve til hver sin side  
→ t-test ok?  
Siden skjevheten er  
såpass liten, og det  
ikke er noen super ekstreme  
verdier.

Men her er jeg litt i tvil,  
og vil se om WRS-test  
gir samme konklusjon.

c)  $H_0: \mu_n = \mu_s$   
 $H_1: \mu_n \neq \mu_s$  } hvis t-test

$H_0$ : like store trær n & s  
 $H_1$ : ikke like store n & s

Velg tosidig fordi jeg ikke vet noe om trær.  
(OBS: kan ikke se på data først og så velge ensidig  
uti fra hva data sier. Det er juks.)

d) t-test:

> t.test (dbh ~ ns)

t = -2.63 , df = 55.7

P = 0.01 Forkast  $H_0$

$\bar{x}_n = 23.7$

$\bar{x}_s = 34.5$

95% KI : [-19.1, -2.6]

WRS-test:

> wilcox.test (dbh ~ ns)

W = 281.5

P = 0.013 Forkast  $H_0$

→ Samme konklusjon.

Mer informasjon fra en  
t-test, derfor bruker jeg den.

7.89

Amming:  $n_1 = 23$   $\bar{x}_1 = 13.3$ ,  $sd_1 = 1.7$   
Morsmelkeserstatning:  $n_2 = 19$   $\bar{x}_2 = 12.4$ ,  $sd_2 = 1.8$

a)  $H_1: \mu_1 > \mu_2$  Dette er påstanden vi skal undersøke  
 $H_0: \mu_1 \leq \mu_2$  Da blir  $H_0$  slik.

c) Hva må antas for å gjøre en t-test?  
Her er  $n_1$  og  $n_2$  små. Da må data være relativt normalfordelte i hver gruppe, vi må ha

Uavhengige observasjoner,

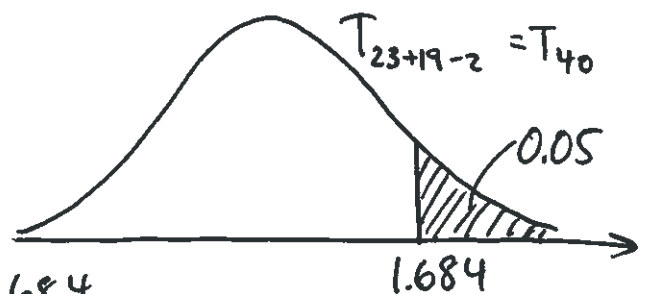
som er tilfeldige utvalg fra ammet og ikke-ammet.  
Her antar jeg også at  $\sigma_1 = \sigma_2$ , så jeg kan bruke Spooled

b)

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \cdot S_{\text{pooled}}} \sim T_{n_1+n_2-2}$$

$$S_{\text{pooled}} = \sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}} = 1.79$$

$$t = \frac{13.3 - 12.4}{0.54} = 1.66$$



Her måtte t-verdien vært  $> 1.684$   
for at vi skulle forkastet  $H_0$

p-verdien er såvidt under 0.05.

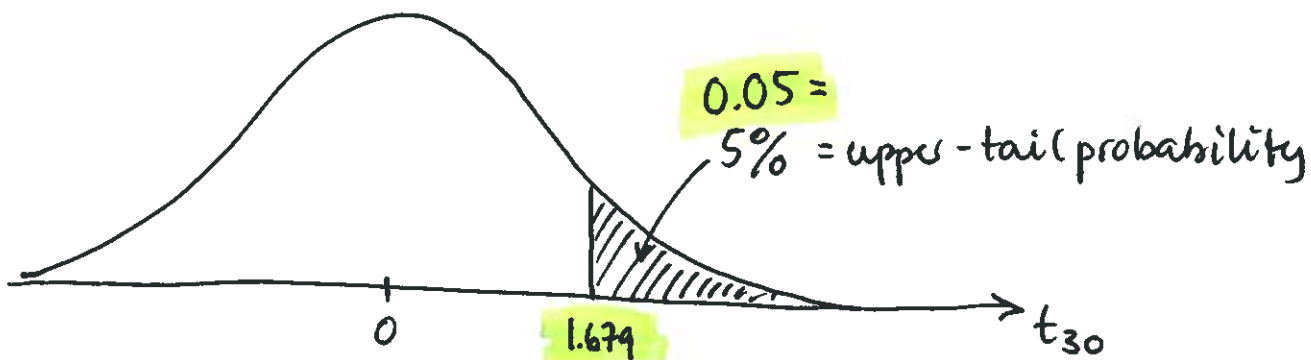
95% KI for  $\mu_1 - \mu_2$ :

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm 2.021 \cdot 0.54 \rightarrow [-0.19, 1.99]$$

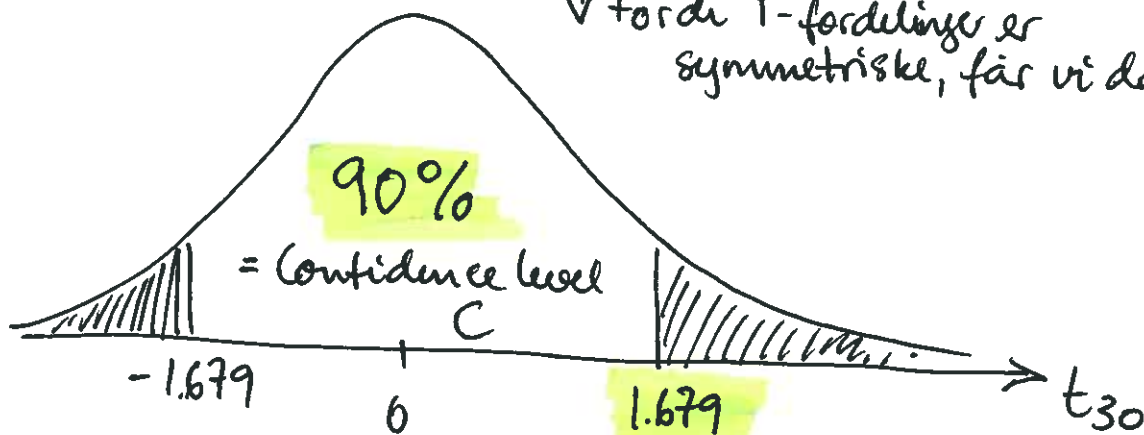
Fra tabell D,  
upper  $p = 0.025$

Kan man ikke utelukke at forskjellen er 0. (Oser intervallit)

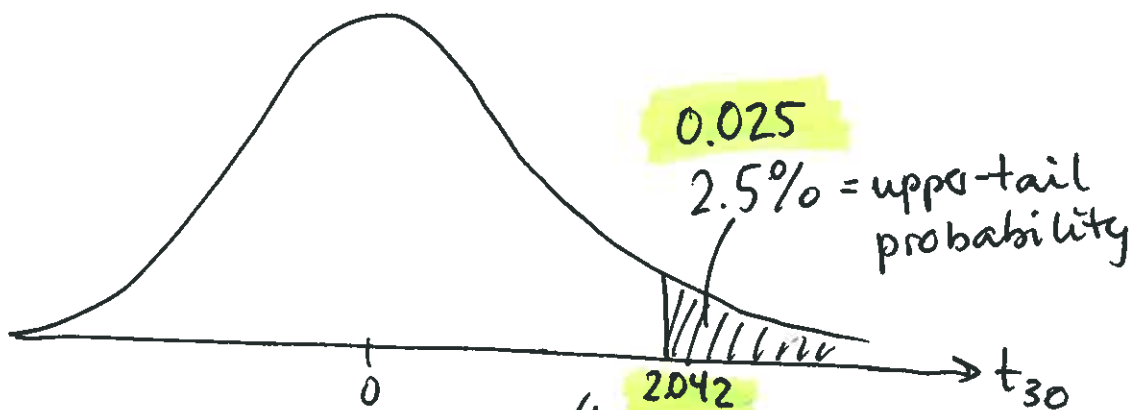
Disse tallene står i Table D



↓ Fordi T-fordelingen er symmetriske, får vi da at



Tilsvarende:



↙ Ergo

