Oppgaveregning for midtveiseksamen ; t.o.m Ch 4 + CLT i Ch 5

4.77 s. 280 Forventningsverdi for (avhengige) stokastiske variabler

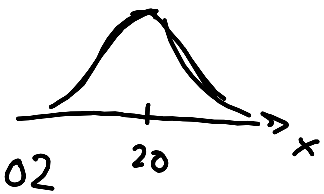
La X være en stok. var med forventning $E(X) = 20$, standardavvik $\sigma_X = 5$

La Y være en stok. var. med forventning $E(Y) = 40$, standardavvik $\sigma_Y = 10$

Finn $E(Z)$ når Z er:

a) $Z = 2 + 10 \cdot X$

$$E(Z) = E(2 + 10X) = E(2) + E(10X) = 2 + 10 \cdot E(X) = 2 + 10 \cdot 20 = \underline{202}$$



$$\sigma_Z = \sqrt{Var(Z)} = \sqrt{Var(2 + 10 \cdot X)} = \sqrt{Var(10 \cdot X)} = \sqrt{10^2 \cdot Var(X)} = \sqrt{10^2 \cdot 5^2} = \underline{50}$$

c) $Z = X + Y$

$$E(Z) = E(X+Y) = E(X) + E(Y) = 20 + 40 = \underline{60}$$

$$\sigma_Z = \sqrt{Var(Z)}$$

$$Var(Z) = Var(X+Y) = Var(X) + Var(Y) + 2 \cdot \rho \sigma_X \cdot \sigma_Y$$

$$= \sigma_X^2 + \sigma_Y^2 + 2 \cdot \rho \cdot \sigma_X \cdot \sigma_Y$$

$$= 5^2 + 10^2 + 2 \cdot 0.5 \cdot 5 \cdot 10 = 25 + 100 + 50 = \underline{175}$$

$$\sigma_Z = \sqrt{175} = \underline{13.23}$$

H - 2014 oppgave 16 Tema: Bayes regel

$P(\text{syk}) = 0.02$; $P(\text{ikke syk}) = 1 - P(\text{syk}) = 1 - 0.02 = 0.98$

$P(\text{test gir } \overset{+}{\text{positivt}} \text{ utslag (testen sier at du er syk)} \mid \text{syk}) = 0.74$

$P(\text{test sier } \overset{+}{\text{at}} \text{ du er syk} \mid \text{ikke syk}) = 0.03$

$P(\text{syk} \mid \overset{+}{\text{positiv}} \text{ test})$

$$P(\text{syk} \mid +) = \frac{P(\text{syk } \underline{\text{og}}\ +)}{P(+)} = \frac{P(+ \mid \text{syk}) \cdot P(\text{syk})}{P(+ \mid \text{syk}) \cdot P(\text{syk}) + P(+ \mid \text{ikke syk}) \cdot P(\text{ikke syk})}$$

$$= \frac{0.74 \cdot 0.02}{0.74 \cdot 0.02 + 0.03 \cdot 0.98} = 0.33$$

H-2014 oppgave 17 Tema: CLT, sentralgrenseteoremet

La X stok. var, $X \sim N(\mu, \sigma)$

La $\bar{X}$ være gjennomsnittet til 100 slike uavhengige X-er, hva er $\sigma_{\bar{X}}$?

$$\sigma_{\bar{X}} = \sqrt{Var(\bar{X})}$$

$$Var(\bar{X}) = Var\left(\frac{1}{100}\sum_{i=1}^{n} X_i\right) \overset{uavh}{=} \left(\frac{1}{100}\right)^2 \sum_{i=1}^{n} \overbrace{Var(X_i)}^{\sigma^2}$$

$$= \frac{1}{100^2}\cdot\left(\underset{i=1}{\sigma^2} + \underset{i=2}{\sigma^2} + \underset{i=3}{\sigma^2} + \ldots + \underset{i=100}{\sigma^2}\right) = \frac{\cancel{100}\cdot\sigma^2}{100^{\cancel{2}}} = \frac{\sigma^2}{100}$$

$$\sigma_{\bar{X}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{100}} = \frac{\sigma}{10}$$

$$\boxed{\text{Svar: D}}$$

H-2014 Oppgave 20 Tema: Andel, egentlig Normalfordelingstilnærmingen til en binomisk fordeling, 5.2

Uka etter midtveiseksamen

H-2016 Oppgave 9 Tema: CLT, Ch 3.4 + 5.1

Når vi samler nok data, altså når n øker, så vil:

A: Fordelingen til $\bar{X}$ blir normalfordelt.

~~B Histogrammet for dataene blir normalfordelt~~. NEI.

C $\underbrace{\text{Gjennomsnittet}}_{\text{i utvalget}}$ vil ligne mer og mer på $\underbrace{\text{forv. verdien i populasjonen}}_{\text{"populasjonsgjennomsnittet"}}$

D Histogrammet for dataene vil ligne populasjonsfordelingen.

Fasit som er lagt ut for 4.90 :

KFF har satt inn verdien for σ, ikke σ^2. Det skulle vært σ^2, altså 7.2^2

Boka, oppgave 4.131 Tema Bayes Lov

Muskulær dystropi : DHD = Syk

$P(\text{sønn syk} \mid \text{mor bærer}) = 0.5$

$P(\text{datter bærer} \mid \text{mor bærer}) = 0.5$

Screeningstest : $P(+ \mid \text{bærer}) = 0.7$

$P(+ \mid \text{ikke bærer}) = 0.1$

Rett oppi løsningsforslag

$P(\text{bærer}) = \frac{2}{3}$

$P(\text{ikke bærer}) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

$$P(\text{bærer} \mid \text{positiv test}) = \frac{P(+ \mid \text{bærer}) \cdot P(\text{bærer})}{P(+ \mid \text{bærer}) \cdot P(\text{bærer}) + P(+ \mid \text{ikke bærer}) \cdot P(\text{ikke bærer})}$$

$$= \frac{0.7 \cdot \frac{2}{3}}{0.7 \cdot \frac{2}{3} + 0.1 \cdot \frac{1}{3}} = \underline{0.933}$$