UNIVERSITETET I OSLO
Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Underveiseksamen i:	STK1100.
Eksamensdag:	Torsdag 18. mars 2004.
Tid for eksamen:	Kl. 9.00–12.00.
Vedlegg:	Tabell over standardnormalfordelingen.
Tillatte hjelpemidler:	Godkjent lommeregner og Formelsamling for STK1100 og STK1110.

Oppgavesettet er på 5 sider.

Kandidatnr. ___________

Denne midtveiseksamen består av 25 oppgaver. Det er ett riktig svaralternativ for hver oppgave, og du skal krysse av ved det svaralternativet du mener er riktig. Hvis svarene er oppgitt som desimaltall, er de rundet av til det gitte antall desimaler.

1) På en tippekupong er det gitt 12 fotballkamper. For hver kamp skal en tippe om det blir hjemmeseier (H), uavgjort (U) eller borteseier (B). En tipperekke består av ett tips for hver av de 12 kampene. Hvor mange forskjellige rekker kan en tippe?

☐ 177147 ☐ 1728 ☐ 479001600 ☐ 220 ☐ 531441

2) Oslostudentenes idrettslag skal være med på en stafett der det er åtte etapper. Treneren har bestemt hvilke åtte løpere som skal være med på stafettlaget, men hun har enda ikke bestemt hvilken rekkefølge de skal løpe i. Hvor mange slike rekkefølger er det?

☐ 5230 ☐ 36 ☐ 40320 ☐ 20160 ☐ 256

3) I et IT-firma er det ansatt 15 programmerere. Firmaet har fire jobber som skal gjøres. Til jobb nummer 1 trengs det seks programmerere, til jobb nummer 2 trengs det fire programmerere, til jobb nummer 3 trengs det tre programmerere, og til jobb nummer 4 trengs det to programmerere. På hvor mange måter kan firmaet fordele programmererne på jobbene?

☐ $3.26 \cdot 10^{11}$ ☐ 1365 ☐ 2160 ☐ 6306300 ☐ 144

4) I en eske er det sju blå kuler, fem røde kuler og tre hvite kuler. Du trekker tilfeldig to kuler. Hva er sannsynligheten for at de to kulene har samme farge?

☐ 32.4% ☐ 28.6% ☐ 20.0% ☐ 36.7% ☐ 9.5 %

5) I en eske er det tre pengestykker. Ett av dem er normalt, ett av dem har krone på begge sider, og ett av dem har mynt på begge sider. Du trekker tilfeldig et pengestykke og kaster det to ganger. Da er sannsynligheten for at du får krone i begge kastene lik:

☐ $\frac{2}{12}$ ☐ $\frac{5}{12}$ ☐ $\frac{4}{12}$ ☐ $\frac{6}{12}$ ☐ $\frac{3}{12}$

6) I en eske er det tre pengestykker. Ett av dem er normalt, ett av dem har krone på begge sider, og ett av dem har mynt på begge sider. Du trekker tilfeldig et pengestykke og kaster det to ganger. Tenk deg at du fikk krone i begge kastene. Da er sannsynligheten for at du har kastet med det normale pengestykket lik:

☐ $\frac{1}{3}$ ☐ $\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{1}{4}$ ☐ $\frac{1}{6}$ ☐ $\frac{1}{5}$

7) Ved å teste for et bestemt hormon i en urinprøve kan en avgjøre om en kvinne er gravid. En graviditetstest er ikke 100% sikker. For en graviditetstest har en at:

- hvis en kvinne er gravid, er det 99.0% sannsynlig at testen vil vise det
- hvis en kvinne ikke er gravid, er det 0.5% sannsynlig at testen likevel vil indikere at kvinnen er gravid

Vi antar at 25% av de kvinnene som tar en graviditetstest, er gravide.

En kvinne tar en graviditetstest, og testen indikerer at hun er gravid. Da er sannsynligheten for at hun virkelig er gravid lik:

☐ 0.743 ☐ 0.248 ☐ 0.995 ☐ 0.985 ☐ 0.868

8) Fra offentlig statistikk har vi at sannsynligheten er:

- 3.0% for at en 75 år gammel kvinne vil dø i løpet av ett år
- 3.4% for at en 76 år gammel kvinne vil dø i løpet av ett år
- 3.9% for at en 77 år gammel kvinne vil dø i løpet av ett år
- 4.5% for at en 78 år gammel kvinne vil dø i løpet av ett år
- 5.0% for at en 79 år gammel kvinne vil dø i løpet av ett år

Hva er sannsynligheten for at en 75 år gammel kvinne vil dø før hun blir 80 år gammel (dvs. at hun ikke vil oppleve sin 80-årsdag)?

☐ 18.3% ☐ 80.2 % ☐ 81.7% ☐ 19.8% ☐ 45.6%

9) Fra offentlig statistikk har vi at sannsynligheten er:

- 3.0% for at en 75 år gammel kvinne vil dø i løpet av ett år
- 3.4% for at en 76 år gammel kvinne vil dø i løpet av ett år
- 3.9% for at en 77 år gammel kvinne vil dø i løpet av ett år
- 4.5% for at en 78 år gammel kvinne vil dø i løpet av ett år
- 5.0% for at en 79 år gammel kvinne vil dø i løpet av ett år
- 5.7% for at en 80 år gammel kvinne vil dø i løpet av ett år

Hva er sannsynligheten for at en 75 år gammel kvinne vil bli nøyaktig 80 år gammel (dvs. at hun vil oppleve sin 80-årsdag, men ikke sin 81-årsdag)?

☐ 0.057 ☐ 0.255 ☐ 0.047 ☐ 0.010 ☐ 0.045

10) Et lite teknisk system inneholder to komponenter, som fungerer uavhengig av hverandre. Sannsynligheten for at den første komponenten fungerer er 95%, mens sannsynligheten for at den andre komponenten fungerer er 90%. Systemet fungerer hvis minst én av komponentene fungerer. (Vi sier at komponentene er koblet i parallell.) Hva er sannsynligheten for at systemet fungerer?

☐ 97.5% ☐ 99.0% ☐ 95.0% ☐ 99.5% ☐ 85.5%

11) Fra offisiell statistikk vet vi at 1% av fødslene i Norge er tvillingfødsler. Hvor mange fødsler må det være ved en fødestue i løpet av ett år for at det skal være omtrent 95% sannsynlig at det blir født minst ett tvillingpar?

☐ 300 ☐ 150 ☐ 100 ☐ 20 ☐ 95

12) Den kumulative fordelingen til den stokastiske variabelen X er gitt ved

x	0	1	2	3	4	5
$F(x)$	0	0.45	0.70	0.85	0.95	1.00

Da er $E(X)$ lik:

☐ 1.00 ☐ 2.05 ☐ 2.35 ☐ 2.50 ☐ 3.00

13) Den kumulative fordelingen til den stokastiske variabelen X er gitt ved

x	0	1	2	3	4	5
$F(x)$	0	0.45	0.70	0.85	0.95	1.00

Da er $\mathrm{Var}(X)$ lik:

☐ 1.20 ☐ 5.65 ☐ 4.20 ☐ 1.45 ☐ 2.65

14) Per er med i en spørrekonkurranse på TV. Han blir stilt 10 spørsmål. For hvert spørsmål kan han velge mellom tre svaralternativ der ett av dem er riktig. Hvis Per svarer riktig på minst 8 spørsmål vinner han 10 000 kroner. Sannsynligheten for at Per vinner 10 000 kroner dersom han bare gjetter er lik:

☐ 1.0 % ☐ 1.7% ☐ 0.3% ☐ 4.7% ☐ 0.8%

15) Du kaster en terning gjentatte ganger. Sannsynligheten for at du vil få den første sekseren i det femte kastet er lik:

☐ 0.036 ☐ 0.138 ☐ 0.401 ☐ 0.080 ☐ 0.598

16) SMS meldinger blir mottatt ved en basestasjon i henhold til en Poisson prosess med $\lambda = 20$ per minutt. Hva er sannsynligheten for at det blir mottatt minst tre SMS meldinger i løpet av 15 sekunder?

☐ 14.0% ☐ 87.5% ☐ 99.9% ☐ 25.0% ☐ 74.2 %

17) Den stokastiske variabelen X har sannsynlighetstetthet

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{15}{16}(1-x^2)^2 & \text{for } -1 \le x \le 1 \\ 0 & \text{ellers.} \end{cases}$$

Da er $P(0 < X < 0.5)$ lik:

☐ 0.430 ☐ 0.250 ☐ 0.527 ☐ 0.412 ☐ 0.396

18) Den stokastiske variabelen X har sannsynlighetstetthet

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{15}{16}(1-x^2)^2 & \text{for } -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{ellers.} \end{cases}$$

Da er $\mathrm{Var}(X)$ lik:

☐ $\frac{1}{7}$ ☐ $\frac{1}{4}$ ☐ $\frac{15}{16}$ ☐ $\frac{3}{16}$ ☐ $\frac{3}{32}$

19) Den stokastiske variabelen X har kumulativ fordeling

$$F_X(x) = \begin{cases} 1 - e^{-2x^2} & \text{for } x \geq 0 \\ 0 & \text{ellers.} \end{cases}$$

Da er medianen i fordelingen lik:

☐ 0.589 ☐ 0.347 ☐ 0.173 ☐ 1.000 ☐ 0.443

20) Vekten til en nyfødt gutt er normalfordelt med forventningsverdi 3.60 kg og standardavvik 0.50 kg. Sannsynligheten for at en nyfødt gutt vil veie minst fire kg er lik:

☐ 30.9% ☐ 5.5% ☐ 34.5% ☐ 78.8% ☐ 21.2 %

21) Vitalkapasiteten er et mål for en persons lungefunksjon. Den måles ved at en først puster inn så dypt en kan, og så puster ut så mye luft en klarer. Den mengde luft som pustes ut blir målt i et apparat og kalles vitalkapasiteten. For friske 12 år gamle gutter er vitalkapasiteten normalfordelt med forventningsverdi 3.0 liter og standardavvik 0.4 liter.

Når en lege undersøker vitalkapasiteten til en pasient, er hun interessert i om den er vesentlig lavere enn normalt. I så fall kan det være tegn på lungesykdom som må undersøkes nærmere. Vanligvis bestemmes en nedre grenseverdi slik at 97.5% av den friske befolkningen ligger over grensen. For tolv år gamle gutter er denne nedre grenseverdien lik:

☐ 2.34 liter ☐ 2.22 liter ☐ 2.60 liter ☐ 1.04 liter ☐ 2.10 liter

22) Den stokastiske variabelen X har sannsynlighetstetthet

$$f_X(x) = \begin{cases} 2x & \text{for } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{ellers.} \end{cases}$$

Da er sannsynlighetstettheten til $Y = e^X$ lik (for $1 \leq y \leq e$):

☐ e^{2y} ☐ $(\log y)^2$ ☐ $2e^y$ ☐ $2\log y/y$ ☐ $2\log y$

23) Den stokastiske variabelen X har sannsynlighetstetthet

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{15}{16}(1-x^2)^2 & \text{for } -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{ellers.} \end{cases}$$

Da er sannsynlighetstettheten til $Y = X^2$ lik (for $0 \leq y \leq 1$):

☐ $\frac{15}{16}(1-y)^2$ ☐ $\frac{45}{16}(1-y^4)^2 y^3$ ☐ $\frac{45}{32}(1-y^4)^2 y^3$ ☐ $\frac{15}{32}(1-y)^2/\sqrt{y}$ ☐ $\frac{15}{16}(1-y)^2/\sqrt{y}$

24) Den stokastiske variabelen X er uniformt fordelt på intervallet $[-1, 1]$. Da er $E(e^X)$ lik:

☐ 1.00 ☐ 1.18 ☐ 1.23 ☐ 1.35 ☐ 1.54

25) Den stokastiske variabelen X er gammafordelt med formparameter $\alpha = 2$ og skalaparameter $\lambda = 3$. Da er $E(1/\sqrt{X})$ lik:

☐ 0.94 ☐ 1.75 ☐ 1.53 ☐ 0.67 ☐ 1.22

SLUTT