

# UNIVERSITETET I OSLO

## Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Deleksamen i: STK1100 — Sannsynlighetsregning og statistisk modellering

Eksamensdag: Mandag 14. mars 2016

Tid for eksamen: 15.00–17.00

Oppgavesettet er på 6 sider.

Vedlegg: Normalfordelingstabell

Tillatte hjelpemidler: Godkjent lommeregner og Formel-samling for STK1100 og STK1110

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

### Oppgave 1

I dette oppgavesettet er det 15 oppgaver med 5 mulige svar på hver oppgave. Hvor mange forskjellige kombinasjoner av svar kan man da få?

A: 25    B: 100    C: 5    D: 15    E: 75

### Oppgave 2

Hvis de 15 riktige svarene er tilfeldig fordelt utover de 5 mulige alternativene (slik at hvert alternativ har lik sannsynlighet), hva er sannsynligheten for at det er 5 spørsmål som har A som riktig svar?

A: 0.200    B: 0.188    C: 0.939    D: 0.103    E: 0.804

### Oppgave 3

I en eske er det 5 blå kuler, 6 røde kuler og 4 gule kuler. Du trekker tilfeldig to kuler. Hva er sannsynligheten for at de to kulene har samme farge?

A: 0.085    B: 0.175    C: 0.296    D: 0.105    E: 0.090

### Oppgave 4

I en kortstokk er det 26 røde og 26 sorte kort. Anta kortene er tilfeldig blandet. Du trekker 3 kort etter hverandre ut av bunken uten tilbakelegging. Hvis det første kortet er rødt, hva er sannsynligheten for at det tredje kortet er rødt?

A:  $\frac{26}{52}$     B:  $\frac{25}{51}$     C:  $\frac{25}{50}$     D:  $\frac{24}{50}$     E:  $\frac{26}{50}$

(Fortsettes på side 2.)

## Oppgave 5

En ukjent person har etterlatt seg et blodspor på et åsted. En person blir sett i nærheten og blir hentet inn for å foreta en blodprøve. Anta sannsynligheten for at personen har en matchende blodprøve er

- 1 hvis personen er bidragsyter til blodsporet
- $\frac{1}{1000}$  hvis personen ikke er bidragsyter til blodsporet

Anta at før man tar hensyn til blodprøven, så er sannsynligheten for at denne personen er bidragsyter til blodprøven lik  $\frac{1}{101}$ .

Hvis personen det ble tatt blodprøve av har matchende blodprøve, hva er da sannsynligheten for at personen er bidragsyter til blodsporet?

A:  $\frac{9}{10}$     B:  $\frac{10}{11}$     C:  $\frac{1}{101}$     D:  $\frac{100}{101}$     E:  $\frac{1}{11}$

## Oppgave 6

Anta  $X$  er en diskret stokastisk variabel med punktsannsynligheter

$x$	1	2	3	4	5
$p(x)$	0.30	0.10	0.20	0.10	0.30

Da er variansen til  $X$  lik

A: 3.0    B: 4.0    C: 2.6    D: 1.5    E: 2.8

## Oppgave 7

For den stokastiske variabelen i forrige oppgave, hva er  $E(\exp(X))$ ?

A: 55.55    B: 66.66    C: 44.44    D: 77.77    E: 33.33

## Oppgave 8

La  $X$  være lengden (i cm) til en tilfeldig valgt torsk fanget opp av en fiskeskøyte. La  $Y = \ln(X)$ . Anta  $Y$  er normalfordelt med forventning 4.2 og varians 0.25. Hva er sannsynligheten for at lengden ligger mellom 54.6 og 81.5 cm?

A: 0.00    B: 0.22    C: 0.11    D: 0.31    E: 0.15

## Oppgave 9

Anta  $X$  er en kontinuerlig stokastisk variabel med sannsynlighetstetthet

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{k}x(1-x) & 0 \leq x \leq 1; \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

Da må  $k$  være lik

A:  $\frac{1}{3}$     B:  $\frac{1}{6}$     C:  $\frac{1}{2}$     D:  $\frac{5}{6}$     E:  $\frac{1}{4}$

(Fortsettes på side 3.)

## Oppgave 10

Anta  $X$  er en kontinuerlig stokastisk variabel med kumulativ fordelingsfunksjon

$$F_X(x) = \begin{cases} 1 - \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

Da er sannsynlighetstettheten til  $Y = \ln(X)$  lik

A:  $\lambda^2 e^{-\lambda e^y}$       B:  $\lambda e^y e^{-\lambda e^y}$       C:  $\lambda^2 e^y e^{-\lambda e^y}$

D:  $1 - \lambda e^{-\lambda e^y}$       E:  $\lambda^2 e^y$

## Oppgave 11

Anta  $X$  er en kontinuerlig stokastisk variabel med sannsynlighetstetthet

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{a}{e^a - 1} e^{ax} & 0 \leq x \leq 1; \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

Da er den momentgenererende funksjonen til  $X$  lik

A:  $\frac{a}{a-t} \frac{e^a - 1}{e^{a+t} - 1}$       B:  $\frac{a}{a+t} \frac{e^{2a+t} - 1}{e^a - 1}$       C:  $\frac{a}{a+t} \frac{e^{a+t} - 1}{e^a - 1}$

D:  $\frac{e^{a+t} - 1}{e^a - 1}$       E:  $\frac{a}{a+t} \frac{e^{a+t} - 1}{e^{a+t} - 1}$

## Oppgave 12

La  $X$  og  $Y$  være to diskrete stokastiske variable med simultan punkt-sannsynlighet gitt ved

$p(x, y)$		$y$			
		1	2	3	4
$x$	1	0.06	0.04	0.04	0.02
	2	0.05	0.03	0.20	0.06
	3	0.01	0.05	0.14	0.30

Da er  $P((X + Y) > 3)$  lik

A: 0.30      B: 0.38      C: 0.94      D: 0.10      E: 0.85

## Oppgave 13

Betrakt igjen den simultane punktsannsynligheten i forrige oppgave. Da er  $E(X + Y)$  lik

A: 5.36      B: 4.50      C: 2.34      D: 3.02      E: 6.24

(Fortsettes på side 4.)

## Oppgave 14

Anta  $X$  og  $Y$  er to kontinuerlige stokastiske variable med simultan sannsynlighetstetthet gitt ved

$$f(x, y) = \begin{cases} xe^{-x(1+y)} & x \geq 0 \text{ og } y \geq 0 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

Hva er sannsynligheten for at  $X > 3$ ?

A: 0.025    B: 0.210    C: 0.105    D: 0.950    E: 0.050

## Oppgave 15

Anta  $n$  uavhengige forsøk der hvert forsøk har  $r$  mulige utfall, med sannsynlighet for utfall nr  $i$  gitt ved  $p_i$ . Dette svarer til punktsannsynlighetsfunksjonen gitt ved

$$p(x_1, \dots, x_r) = \frac{n!}{x_1! x_2! \dots x_r!} p_1^{x_1} p_2^{x_2} \dots p_r^{x_r}$$

La  $R_{12} = (X_1 + X_2)/n$  være andelen av forsøk som gir utfall 1 eller 2. Da er variansen til  $R_{12}$ ,  $V(R_{12})$  gitt ved

A:  $(p_1 + p_2)(1 - p_1 - p_2)/n^2$     B:  $(p_1 + p_2)/n$

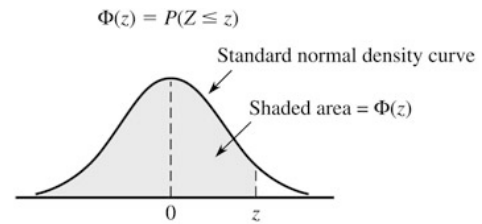
C:  $np_1(1 - p_1) + np_2(1 - p_2)$     D:  $p_1(1 - p_1)/n + p_2(1 - p_2)/n$

E:  $(p_1 + p_2)(1 - p_1 - p_2)/n$

SLUTT

(Fortsettes på side 5.)

## Standard Normal Curve Areas



$z$	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
-3.4	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0002
-3.3	.0005	.0005	.0005	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0003
-3.2	.0007	.0007	.0006	.0006	.0006	.0006	.0006	.0005	.0005	.0005
-3.1	.0010	.0009	.0009	.0009	.0008	.0008	.0008	.0008	.0007	.0007
-3.0	.0013	.0013	.0013	.0012	.0012	.0011	.0011	.0011	.0010	.0010
-2.9	.0019	.0018	.0017	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
-2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
-2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
-2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
-2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0048
-2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
-2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
-2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
-2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
-2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
-1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
-1.8	.0359	.0352	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
-1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
-1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
-1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
-1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0722	.0708	.0694	.0681
-1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
-1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
-1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
-1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
-0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
-0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
-0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2296	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
-0.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
-0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
-0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
-0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3482
-0.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
-0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
-0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641

(continued)

(Fortsettes på side 6.)

