Forside

Deleksamen i STK1100 - Sannsynlighetsregning og statistisk modellering.
Tirsdag 26. mars 2019
Kl. 09.00 - 11.00 (to timer)

Tillatte hjelpemidler: Godkjent lommeregner og Formelsamling for STK1100.
En lenke til formelsamlingen er gitt under oppgavelinja.
Der er det også en lenke til en kalkulator som du eventuelt kan bruke i stedet for din egen kalkulator**.**

Oppgavesettet består av 20 flervalgsoppgaver som alle teller like mye.
Hvis et svar er gitt som desimaltall, er det rundet av til det gitte antall desimaler.

1 Vi har et stokastisk forsøk med begivenhetene *A* og *B.*
Du får vite at $P(A') = 0.60$, $P(B) = 0.70$ og $P(A \cup B) = 0.90$.
Da er $P(A \cap B)$ lik:

Velg ett alternativ

- 0.10
- 0.20
- 0.40
- 0.50
- 0.30

Maks poeng: 1

2 Et bilnummer i Sverige består av tre bokstaver etterfulgt av tre sifre.

Et eksempel på et svensk bilnummer er $\boxed{\text{SYA 013}}$.

Hver av de tre bokstavene kan velges blant 23 bokstaver (seks av bokstavene i alfabetet blir ikke brukt) og hvert siffer velges blant sifrene 0, 1, 2, ... , 9.

Hvor mange bilnummer kan en lage med det svenske nummersystemet?

Velg ett alternativ

- 17 576 000
- 24 389 000
- 36 000 000
- 24 334 000
- 12 167 000

Maks poeng: 1

3 Holmenkollstafetten går fra Bislett stadion til Besserud (nær Holmenkollen) og tilbake til Bislett. Stafetten har 15 etapper.

Oslostudentenes idrettsklubb har bestemt hvilke 15 løpere som skal være med på førstelaget, men de har ikke bestemt hvilken etappe hver av løperene skal ha.

På hvor mange måter kan de 15 løperne fordeles på etappene?

Velg ett alternativ

- 1 307 674 368 000
- 120
- 479 001 600
- 3 628 800
- 32 768

Maks poeng: 1

4 I en eske ligger det 3 hvite, 3 blå og 3 røde kuler.
Du trekker tilfeldig to kuler fra esken.
Hva er sannsynligheten for at du får to kuler med samme farge?

Velg ett alternativ

- $\frac{1}{12}$
- $\frac{1}{6}$
- $\frac{1}{3}$
- $\frac{1}{4}$
- $\frac{1}{9}$

Maks poeng: 1

5

Ved å teste for et bestemt hormon i en urinprøve, kan en avgjøre om en kvinne er gravid. En graviditetstest er ikke 100% sikker. Vi vil anta at

- Hvis en kvinne er gravid, er det 99% sannsynlig at testen vil vise det.
- Hvis en kvinne ikke er gravid, er det 2% sannsynlig at testen likevel vil indikere at hun er gravid.

Vi vil anta at 20% av de kvinnene som tar en graviditetstest, er gravide.

En kvinne tar en graviditetstest, og testen indikerer at hun er gravid.

Hva er sannsynligheten for at hun likevel ikke er det?

Velg ett alternativ

- $19.8\,\%$
- $1.6\,\%$
- $79.2\,\%$
- $7.5\,\%$
- $92.5\,\%$

Maks poeng: 1

6

På bordet ligger det tre bunker med fire kort i hver bunke.

- I bunke A er det 1 rødt og 3 svarte kort.
- I bunke B er det 2 røde og 2 svarte kort.
- I bunke C er det 3 røde og 1 svart kort.

Du kaster en terning.

- Hvis terningen viser 1 øye, trekker du tilfeldig ett kort fra bunke A.
- Hvis terningen viser 2 eller 3 øyne, trekker du tilfeldig ett kort fra bunke B.
- Hvis terningen viser minst 4 øyne, trekker du tilfeldig ett kort fra bunke C.

Hva er sannsynligheten for at du trekker et rødt kort?

Velg ett alternativ

- $\frac{15}{24}$
- $\frac{7}{12}$
- $\frac{1}{2}$
- $\frac{3}{4}$
- $\frac{5}{12}$

Maks poeng: 1

7 Punktsannsynligheten til den stokastiske variabelen X er gitt ved tabellen nedenfor, der p er et positivt tall.

x	1	2	3	4
$P(X = x)$	$2p$	0.30	p	0.10

Bestem sannsynligheten for at $X \leq 2$.

Velg ett alternativ

- 0.20
- 0.60
- 0.50
- 0.80
- 0.70

Maks poeng: 1

8 Den kumulative fordelingen til en diskret stokastisk variabel X er gitt ved:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } x < -2 \\ 0.1 & \text{for } -2 \leq x < -1 \\ 0.3 & \text{for } -1 \leq x < 0 \\ 0.7 & \text{for } 0 \leq x < 1 \\ 0.9 & \text{for } 1 \leq x < 2 \\ 1 & \text{for } x \geq 2 \end{cases}$$

Da er standardavviket $\mathrm{SD}(X)$ lik:

Velg ett alternativ

- ○ 1.20
- ○ 1.10
- ○ 11.4
- ○ 2.40
- ○ 3.37

Maks poeng: 1

9 Du spiller Yatzy og kaster fem terninger.
Hva er sannsynligheten for at du får to seksere?

Velg ett alternativ

- $1.6\,\%$
- $33.3\,\%$
- $2.8\,\%$
- $16.1\,\%$
- $16.7\,\%$

Maks poeng: 1

10 Ved en fødeavdeling kan tidspunktene for fødsler beskrives ved en Poisson prosess med rate $\alpha = 12$ per døgn. Sannsynligheten for at det blir født minst ett barn i løpet av én time er da lik:

Velg ett alternativ

- $30.3\,\%$
- $63.2\,\%$
- $39.3\,\%$
- $60.7\,\%$
- $69.7\,\%$

Maks poeng: 1

11 Du kaster et pengestykke gjentatte ganger.
Hva er sannsynligheten for at du får mynt for tredje gang i det femte kastet?

Velg ett alternativ

- $\frac{3}{8}$
- $\frac{5}{16}$
- $\frac{1}{32}$
- $\frac{3}{5}$
- $\frac{3}{16}$

Maks poeng: 1

12 Den stokastiske variabelen X har sannsynlighetstetthet

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}(1-x^2) & \text{for } -1 \le x \le 1 \\ 0 & \text{ellers.} \end{cases}$$

Da er $P(0 \le X \le \frac{1}{2})$ lik:

Velg ett alternativ

- $\frac{11}{32}$
- $\frac{5}{16}$
- $\frac{9}{16}$
- $\frac{1}{4}$
- $\frac{3}{8}$

Maks poeng: 1

13 Den stokastiske variabelen X har sannsynlighetstetthet

$$f(x) = \begin{cases} 12\,x^2(1-x) & \text{for } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{ellers.} \end{cases}$$

Da er $E(X)$ lik:

Velg ett alternativ

- $\frac{1}{3}$
- $\frac{1}{2}$
- $\frac{2}{3}$
- $\frac{2}{5}$
- $\frac{3}{5}$

Maks poeng: 1

14 En stokastisk variabel *X* har momentgenererende funksjon $M_X(t) = 1/(3 - 2e^t)$.
Da er variansen til *X* gitt som:

Velg ett alternativ

- $V(X) = 6$
- $V(X) = 10$
- $V(X) = 12$
- $V(X) = 8$
- $V(X) = 2$

Maks poeng: 1

15 (I denne oppgaven får du bruk for tabellen over standardnormalfordelingen som er gitt til venstre for oppgaven.)
Høyden til unge norske kvinner er normalfordelt med forventning $\mu = 167$ cm og standardavvik $\sigma = 10$ cm.
Hva er sannsynligheten for at høyden for en ung kvinne er mellom 165 cm og 175 cm.

Velg ett alternativ

- $21.2\,\%$
- $78.8\,\%$
- $42.1\,\%$
- $36.7\,\%$
- $57.9\,\%$

Maks poeng: 1

16 Hvis en stokastisk variabel V er normalfordelt med forventning μ og standardavvik σ, skriver vi $V \sim N(\mu, \sigma^2)$.

Anta at *X* er normalfordelt med forventning 3 og standardavvik 2, og la $Y = 2X - 1$.

Da har vi at:

Velg ett alternativ

- $Y \sim N(3, 6)$
- $Y \sim N(5, 15)$
- $Y \sim N(5, 4)$
- $Y \sim N(5, 16)$
- $Y \sim N(3, 4)$

Maks poeng: 1

17 Den stokastiske variabelen *X* har sannsynlighetstetthet

$$f(x) = \begin{cases} 2xe^{-x^2} & \text{for } x > 0 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

Da er medianen i fordelingen til X lik:

Velg ett alternativ

- 1.28
- 0.27
- 0.64
- 0.50
- 0.83

Maks poeng: 1

18 Den stokastiske variabelen X har sannsynlighetstetthet

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}(1-x^2) & \text{for } -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{ellers.} \end{cases}$$

Da er sannsynlighetstettheten til $Y = X^2$ gitt ved:

Velg ett alternativ

- $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4\sqrt{y}}(1-y) & \text{for } 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$
- $f(y) = \begin{cases} \frac{1}{2}\sqrt{y}(3-y) & \text{for } 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$
- $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{8\sqrt{y}}(1-y) & \text{for } 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$
- $f(x) = \begin{cases} 2(1-y) & \text{for } 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$
- $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}(1-y) & \text{for } 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$

Maks poeng: 1

19 De stokastiske variablene *X* og *Y* har simultan sannsynlighetstetthet

$$f(x, y) = \begin{cases} 4(x - y^2) & \text{for } 0 \leq y \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

Da er den marginale sannsynlighetstettheten til X lik:

Velg ett alternativ

- $$f_X(x) = \begin{cases} \frac{4}{3}(3x - 1) & \text{for } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$
- $$f_X(x) = \begin{cases} \frac{4}{3}(3x - x^3) & \text{for } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$
- $$f_X(x) = \begin{cases} 4x(1 - x) & \text{for } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$
- $$f_X(x) = \begin{cases} \frac{4}{3}x^2(3 - x) & \text{for } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$
- $$f_X(x) = \begin{cases} \frac{4}{3}(1 - x)^3 & \text{for } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

Maks poeng: 1

20 De stokastiske variablene *X* og *Y* har simultan sannsynlighetstetthet

$$f(x, y) = \begin{cases} 60\,x^2 y & \text{for } 0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 1,\ x + y \le 1 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

Da er $P(Y \geq X)$ lik:

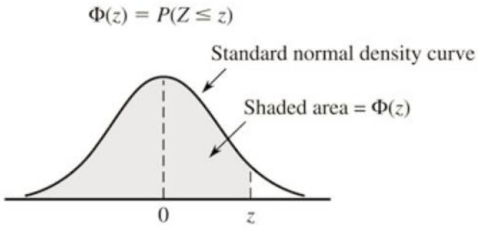
Velg ett alternativ

- $\frac{11}{16}$
- $\frac{3}{16}$
- $\frac{5}{16}$
- $\frac{3}{8}$
- $\frac{1}{2}$

Maks poeng: 1

Question 15
Attached

Table A.3 Standard Normal Curve Areas



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
−3.4	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0002
−3.3	.0005	.0005	.0005	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0003
−3.2	.0007	.0007	.0006	.0006	.0006	.0006	.0006	.0005	.0005	.0005
−3.1	.0010	.0009	.0009	.0009	.0008	.0008	.0008	.0008	.0007	.0007
−3.0	.0013	.0013	.0013	.0012	.0012	.0011	.0011	.0011	.0010	.0010
−2.9	.0019	.0018	.0017	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
−2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
−2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
−2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
−2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0048
−2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
−2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
−2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
−2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
−2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
−1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
−1.8	.0359	.0352	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
−1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
−1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
−1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
−1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0722	.0708	.0694	.0681
−1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
−1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
−1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
−1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
−0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
−0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
−0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2296	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
−0.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
−0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
−0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
−0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3482
−0.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
−0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
−0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641

(continued)

Table A.3 Standard Normal Curve Areas (*cont.*) $\Phi(z) = P(Z \leq z)$

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9278	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998