LØSNINGER UKE 4, STK1100

SAMMENDRAG. Løsningsforslag for de oppgavene jeg ikke rakk igjennom på plenumen. Originalt skrevet av Ingunn Fride Tvete. Send mail til steffeng@math.uio.no hvis du ser noe feil, så blir det rettet opp.

Oppgave 1.8.1

Vi kaster en mynt 3 ganger, og registrerer sekvensen av kron og mynt.

a) Utfallsrommet $\Omega = \{kkk, kkm, kmm, kmk, mkm, mmk, mkk, mmm\}$

b) Vi ser på begivenheter:

(1) $A =$ minst 2 kron $= \{kkk, kkm, kmk, mkk\}$
(2) $B =$ de to første er kron $= \{kkk, kkm\}$
(3) $C =$ siste kast er mynt $= \{kkm, mkm, kmm, mmm\}$

c)

(1) $A^c = \{mkm, kmm, mmk, mmm\}$
(2) $A \cap B = \{$minst to kron og de to første er kron$\} = \{kkk, kkm\}$
(3) $A \cup C = \{$minst 2 kron og /eller siste kast er mynt$\}$
$= \{kkk, kkm, kmk, mkk, mkm, kmm, mmm\}$

Oppgave 1.8.2

b) Lar

- AL = Assosiativ lov, side 3 i læreboka.
- DL = Distributiv lov, side 4 i læreboka.
- ADL = Addisjon lov, side 5 i læreboka.

Vi kan skrive:

$$P(A \cup B \cup C) \overset{AL}{=} P(C \cup (A \cup B))$$

$$\overset{ADL}{=} P(C) + P(A \cup B) - P(C \cap (A \cup B))$$

$$\overset{ADL}{=} P(C) + P(A) + P(B) - P(A \cap B) - P(C \cap (A \cup B))$$

$$\overset{AL}{=} P(C) + P(A) + P(B) - P(A \cap B) - P((A \cup B) \cap C)$$

$$\overset{DL}{=} P(C) + P(A) + P(B) - P(A \cap B) - P((A \cap C) \cup (B \cap C))$$

$$\overset{ADL}{=} P(C) + P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$-(P(A\cap C)+P(B\cap C)-P((A\cap C)\cap(B\cap C))$$

$$=P(C)+P(A)+P(B)-P(A\cap B)-P(A(\cap C)-P(B\cap C)+P(A\cap B\cap C)$$

Oppgave 1.8.6

Vi kaster to terninger.

a) Ufallsrommet $\Omega = \left\{\begin{array}{cccccc} (1,1) & (1,2) & (1,3) & (1,4) & (1,5) & (1,6) \\ (2,1) & (2,2) & (2,3) & (2,4) & (2,5) & (2,6) \\ (3,1) & (3,2) & (3,3) & (3,4) & (3,5) & (3,6) \\ (4,1) & (4,2) & (4,3) & (4,4) & (4,5) & (4,6) \\ (5,1) & (5,2) & (5,3) & (5,4) & (5,5) & (5,6) \\ (6,1) & (6,2) & (6,3) & (6,4) & (6,5) & (6,6) \end{array}\right\}$

b) A = sum av de to verdiene er minst 5

$$= \left\{\begin{array}{cccccc} & & & (1,4) & (1,5) & (1,6) \\ & & (2,3) & (2,4) & (2,5) & (2,6) \\ & (3,2) & (3,3) & (3,4) & (3,5) & (3,6) \\ (4,1) & (4,2) & (4,3) & (4,4) & (4,5) & (4,6) \\ (5,1) & (5,2) & (5,3) & (5,4) & (5,5) & (5,6) \\ (6,1) & (6,2) & (6,3) & (6,4) & (6,5) & (6,6) \end{array}\right\}$$

B = verdi av 1. terning er større enn verdi av 2. terning

$$= \left\{\begin{array}{cccccc} & & & & & \\ (2,1) & & & & & \\ (3,1) & (3,2) & & & & \\ (4,1) & (4,2) & (4,3) & & & \\ (5,1) & (5,2) & (5,3) & (5,4) & & \\ (6,1) & (6,2) & (6,3) & (6,4) & (6,5) & \end{array}\right\}$$

C = første verdi er 4

$$= \{(4,1)\ \ (4,2)\ \ (4,3)\ \ (4,4)\ \ (4,5)\ \ (4,6)\}$$

c)

(1) $A\cap C = \{$sum av to verdier minst 5 og første verdi er 4$\}$

$$= \{(4,1)\ \ (4,2)\ \ (4,3)\ \ (4,4)\ \ (4,5)\ \ (4,6)\}$$

(2)

$B\cup C = \{$verdi av 1.terning er større enn verdi

av 2. terning og/eller første verdi er 4$\}$

$$= \left\{ \begin{array}{llllll} (2,1) & & & & & \\ (3,1) & (3,2) & & & & \\ (4.1) & (4.2) & (4.3) & (4,4) & (4,5) & (4,6) \\ (5,1) & (5,2) & (5,3) & (5,4) & & \\ (6,1) & (6,2) & (6,3) & (6,4) & (6,5) & \end{array} \right\}$$

(3) $A \cap (B \cup C) = \{$sum av to verdier minst 5 og (verdi av 1. terning er større enn verdi av 2. terning og/eller første verdi er 4)$\}$

$$= \left\{ \begin{array}{llllll} & (3,2) & & & & \\ (4,1) & (4,2) & (4,3) & (4,4) & (4,5) & (4,6) \\ (5,1) & (5,2) & (5,3) & (5,4) & & \\ (6,1) & (6,2) & (6,3) & (6,4) & (6,5) & \end{array} \right\}$$

Oppgave 1.8.5

A og B er tilfeldige begivenheter.
C er begivenheten at enten A eller B intreffer, men ikke begge.
Vi har følgende regler:
$A \cap B = A$ og B,
$(A \cap B)^c =$ ikke A og B,
$A \cup B = A$ og/eller B,
$(A \cap B)^c \cap (A \cup B) =$ (ikke A og B) og (A og/eller B) $= A$ eller B, men ikke begge to.

Dette kan også sees ved et Venn diagram.