LØSNINGER UKE 7, STK1100

SAMMENDRAG. Løsningsforslag for noen av de oppgavene jeg ikke rakk igjennom på plenumen. Originalt skrevet av Ingunn Fride Tvete. Send mail til `steffeng@math.uio.no` hvis du ser noe feil, så blir det rettet opp.

Oppgave 2.5.8

Hva er mest sannsynlig:

9 kron i 10 kast eller 18 kron i 20 kast?

Vi lar X = antall kron i n kast.

Vi har at X er Binomisk fordelt, dvs $X \sim Bin(n, p)$.
Vi antar at vi har en rettferdig mynt slik at $P(\text{kron}) = \frac{1}{2}$.

Hvis $X \sim Bin(10, \frac{1}{2})$:

$P(9 \text{ kron i } 10 \text{ kast}) = P(X = 9) = \binom{10}{9}(\frac{1}{2})^9(1 - \frac{1}{2})^{10-9} = 0.0098.$

Hvis $X \sim Bin(20, \frac{1}{2})$:

$P(18 \text{ kron i } 20 \text{ kast}) = P(X = 18) = \binom{20}{18}(\frac{1}{2})^{18}(1 - \frac{1}{2})^{20-18} = 0.00018.$

Det er altså størrre sannsynlighet for å få 9 kron i 10 kast enn 18 kron i 20 kast.

Oppgave 2.5.9

En *2 ut av 3 dekoder* sender en beskjed 3 ganger. Hvis beskjeden som mottas er den samme 2 eller flere ganger blir dette tolket som beskjeden. Hvis vi overfører beskjeden 1 gang er sannsynligheten for at den tolkes feil ved mottagelse lik p. Det vil si at sannsynligheten for at den tolkes riktig er $1-p$. Sannsynligheten for at beskjeden tolkes rigtig med en *2 ut av 3 dekoder* er sannsynligheten for en eller færre feil, som er gitt ved:

$\sum_{k=0}^{1} \binom{3}{k} p^k(1-p)^{3-k} = p^0(1-p)^3 + 3p(1-p)^2 = (1-p)^3 + 3p(1-p)^2$. Hvis *2 ut av 3 dekoder* systemet skal være bedre må denne sannsynligheten være større enn 1-p, slik at vi får:

$(1-p)^3 + 3p(1-p)^2 > 1-p$, som gir $p(1-2p) > 0$, og dermed må $p < \frac{1}{2}$.

Oppgave 2.5.24

Tre identiske mynter kastes samtidig helt til alle tre viser samme side (mynt eller kron). Hva er sannsynligheten for at det kastes mer enn 3 ganger?

Vi lar X= antall kast til alle tre viser samme side.
X er geometrisk fordelt med suksess sannsynlighet

$p = P(\text{Alle tre viser samme side}) = P(k \cap k \cap k) + P(m \cap m \cap m) = 2(\frac{1}{2})^3 = \frac{1}{4}$

$P(X > 3) = 1 - P(X \leq 3) = 1 - \sum_{k=1}^{3}(1 - \frac{1}{4})^{k-1}\frac{1}{4} = 1 - ((\frac{3}{4})^0\frac{1}{4} + (\frac{3}{4})^1\frac{1}{4} + (\frac{3}{4})^2\frac{1}{4})$

$= 1 - \frac{37}{64} = \frac{27}{64} = (\frac{3}{4})^3.$