i Midtveiseksamen STK1100

Sannsynlighetsregning og statistisk modellering

20. mars 2017, kl. 14.30-16.30

Hjelpemidler: Godkjent lommeregner

Formelsamlingen er lagt opp som en PDF i oppgave 1 i oppgavesettet. Bla til oppgave 1 hvis du har behov for å konferere med formelsamlingen.

1 Nils har 4 ulike bukser, 6 ulike skjorter og 5 ulike gensere. Hvor mange ulike antrekk kan han sette sammen når ett antrekk skal bestå av én bukse, én skjorte og én genser.

Velg ett alternativ

X 120

15

240

100

80

Maks poeng: 1

2 Elisabeth skal arrangere skirenn. Det er 10 deltagere som skal ordnes i en vilkårlig startrekkefølge. Hvor mange mulige startrekkefølger er det? Hvis svaret er oppgitt som et desimaltall, er det rundet av til det gitte antall desimaler.

Velg ett alternativ

X 3628800

$1.243 \cdot 10^{12}$

362880

470001600

100000

Maks poeng: 1

3 Elisabeth skal arrangere skirenn. Det er 10 deltagere som i utgangspunktet skal ordnes i en vilkårlig startrekkefølge. Hun har imidlertid fått beskjed om at en av deltagerne er blitt forsinket. Han har derfor bedt om å få starte som siste deltager. Hvor mange mulige startrekkefølger blir det når man tar hensyn til dette. Hvis svaret er oppgitt som et desimaltall, er det rundet av til det gitte antall desimaler.

Velg ett alternativ

- $1.243 \cdot 10^{11}$
- 3628800
- 39916800
- 10000
- X 362880

Maks poeng: 1

4 Yngvar har vært på fisketur og kom hjem med 12 makrell og 14 torsk. Han bestemmer seg for å trekke ut to fisker tilfeldig som han skal spise til middag. Hva er sannsynligheten for at han trekker to makrell?

Velg ett alternativ

- $\frac{3}{13}$
- $\frac{36}{169}$
- $\frac{6}{13}$
- $\frac{7}{25}$
- X $\frac{66}{325}$

Maks poeng: 1

5 Annika har tre urner. I urne nr. 1 er det 3 svarte kuler og 7 hvite kuler. I urne nr. 2 er det 7 svarte kuler og 3 hvite kuler. I urne nr. 3 er det 5 svarte kuler og 5 hvite kuler. Hun kaster så en terning. Hvis hun får en 1-er, trekker hun en kule fra urne nr. 1. Hvis hun får en 2-er eller en 3-er, trekker hun en kule fra urne nr. 2. Hvis hun får en 4-er, 5-er eller 6-er, trekker hun en kule fra urne nr. 3. Hva er sannsynligheten for at hun trekker en svart kule?

Velg ett alternativ

- $\frac{17}{30}$
- $\frac{15}{30}$
- $\frac{18}{30}$
- $\frac{14}{30}$
- X $\frac{16}{30}$

Maks poeng: 1

6 I Norge har 80 prosent av befolkningen blå øyne. Vi velger ut fem tilfeldige nordmenn, og antar at hvorvidt én av dem har blå øyne eller ikke er uavhengig av hvorvidt de andre har blå øyne eller ikke. Hva er sannsynligheten for at nøyaktig fire av de fem har blå øyne? Hvis svaret er oppgitt som et desimaltall, er det rundet av til det gitte antall desimaler.

Velg ett alternativ

- 50.0%
- 35.7%
- 38.1%
- X 41.0%
- 31.6%

Maks poeng: 1

7 Et bygg er inndelt i fire seksjoner, A, B, C og D, med brannsikring mellom hver seksjon. En brann som oppstår i seksjon A kan spre seg videre til seksjon B. Derfra kan den spre seg videre til seksjon C, og til slutt kan den spre seg til seksjon D. Det er ikke mulig for en brann å spre seg direkte fra A til C eller D uten først å spre seg til seksjon B. Tilsvarende kan en brann som har rammet seksjon B ikke spre seg direkte til seksjon D uten først å spre seg til seksjon C. Vi antar at det har brutt ut brann i seksjon A. Sannsynligheten for at brannen *ikke* sprer seg videre til seksjon B er 0.95. Gitt at brannen likevel sprer seg til seksjon B, så er sannsynligheten for at brannen *ikke* sprer seg videre til seksjon C 0.85. Gitt at brannen sprer seg til seksjon C, så er sannsynligheten for at brannen *ikke* sprer seg videre til seksjon D 0.75. Hva er sannsynligheten for at brannen sprer seg helt til seksjon D? Hvis svaret er oppgitt som et desimaltall, er det rundet av til det gitte antall desimaler.

Velg ett alternativ

- 0.25%
- 60.56%
- 3.19%
- 0.56%
- X 0.19%

Maks poeng: 1

8 Den stokastiske variabelen X har punktsannsynlighet $p(x;\alpha) = (1-\alpha)^{x-1}\alpha$ for $x = 1, 2, 3, \ldots$. Finn den momentgenererende funksjonen til X, $M_X(t)$.

Velg ett alternativ

- $M_X(t) = \frac{\alpha^2 e^t}{1-(1-\alpha)e^t}$
- $M_X(t) = \frac{e^{\alpha t}}{1-(1-\alpha)e^t}$
- X $M_X(t) = \frac{\alpha e^t}{1-(1-\alpha)e^t}$
- $M_X(t) = \frac{e^t}{1-(1-\alpha)e^t}$
- $M_X(t) = \frac{e^{2t}}{1-(1-\alpha)e^t}$

Maks poeng: 1

9 Den stokastiske variabelen X har punktsannsynlighet $p(x;\alpha) = (1-\alpha)^{x-1}\alpha$ for $x = 1, 2, 3, \ldots$. Finn forventningsverdien til X, $E[X]$.

Velg ett alternativ

- $E[X] = \frac{1}{(1-\alpha)}$
- $E[X] = \frac{1}{\alpha^2}$
- X $E[X] = \frac{1}{\alpha}$
- $E[X] = \frac{(2-\alpha)}{\alpha}$
- $E[X] = \frac{(1-\alpha)}{\alpha}$

Maks poeng: 1

10 I en kommune er forventet antall menn som dør av hjerneslag i løpet av ett år lik 1.7. Vi antar at antall menn som dør av hjerneslag, er Poisson-fordelt. Hva er sannsynligheten for at minst 2 menn i denne kommunen dør av hjerneslag i løpet av ett år? Hvis svaret er oppgitt som et desimaltall, er det rundet av til det gitte antall desimaler.

Velg ett alternativ

- X 50.7%
- 49.3%
- 75.7%
- 24.3%
- 26.4%

Maks poeng: 1

11 Den diskrete stokastiske variabelen X med verdier i mengden $\{1, 2, \ldots, 8\}$, har kumulativ fordelingsfunksjon gitt ved:

$$F(x) = \frac{x}{8}, \quad x = 1, 2, \ldots, 8.$$

Finn sannsynligheten $P(3 \leq X < 7)$.

Velg ett alternativ

- $\frac{3}{8}$
- $\frac{5}{9}$
- $\frac{3}{7}$
- X $\frac{1}{2}$
- $\frac{5}{8}$

Maks poeng: 1

12 Den diskrete stokastiske variabelen X med verdier i mengden $\{1, 2, \ldots, 8\}$, har kumulativ fordelingsfunksjon gitt ved:

$$F(x) = \frac{x}{8}, \quad x = 1, 2, \ldots, 8.$$

Finn forventningsverdien til X, $E[X]$.

Velg ett alternativ

- X $E[X] = \frac{9}{2}$
- $E[X] = 4$
- $E[X] = 5$
- $E[X] = \frac{8}{3}$
- $E[X] = \frac{11}{8}$

Maks poeng: 1

13 Den stokastiske variabelen X er binomisk fordelt med parametre n og p, der $n = 12$ betegner antall forsøk i den binomiske forsøksrekken, og $p = \frac{1}{3}$ er sannsynligheten for suksess i hvert forsøk. Finn variansen til $[3X - 4]$.

Velg ett alternativ

- $V[3X - 4] = 16$
- X $V[3X - 4] = 24$
- $V[3X - 4] = 22$
- $V[3X - 4] = 20$
- $V[3X - 4] = 18$

Maks poeng: 1

14 Et forsikringsselskap har funnet ut at skademeldinger fra kundene følger en Poisson prosess med $\lambda = 4$ pr. dag. Hva er sannsynligheten for å ikke motta en eneste skademelding i løpet av to dager? Hvis svaret er oppgitt som et desimaltall, er det rundet av til det gitte antall desimaler.

Velg ett alternativ

- 2^{-8}
- 10^{-8}
- X e^{-8}
- 0.0005
- e^{-10}

Maks poeng: 1

15 Den stokastiske variabelen X har sannsynlighetstetthet

$$f(x) = \begin{cases} 2x^{-3} & \text{for } x \geq 1 \\ 0 & \text{ellers.} \end{cases}$$

Da er $P(2 \leq X < 4)$ lik:

Velg ett alternativ

- $\frac{5}{36}$
- $\frac{5}{16}$
- $\frac{3}{15}$
- X $\frac{3}{16}$
- $\frac{4}{15}$

Maks poeng: 1

16 Den stokastiske variabelen X er normalfordelt med forventning $\mu = 1$ og standardavvik $\sigma = 2$, mens Z er standardnormalfordelt.
Da er $P(1.5 < Z < 2)$ lik:

Velg ett alternativ

- $P(-1.5 < X < 1.5)$
- $P(1.5 < X < 2)$
- $P(0.25 < X < 1)$
- X $P(4 < X < 5)$
- $P(-2 < X < -1.5)$

Maks poeng: 1

17 Den stokastiske variabelen X har sannsynlighetstetthet

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{-2(x-1)} & \text{for } x \geq 1 \\ 0 & \text{ellers.} \end{cases}$$

Da er medianen i fordelingen til X lik:

Velg ett alternativ

- X $1 + \frac{\ln(2)}{2}$
- $\frac{1}{2}$
- $\frac{3}{2}$
- e^2
- $\frac{\ln(2)}{2}$

Maks poeng: 1

18 Den stokastiske variabelen X har sannsynlighetstetthet

$$f(x) = \begin{cases} 6x(1-x) & \text{for } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{ellers.} \end{cases}$$

Da er $V(X)$ lik:

Velg ett alternativ

- $\frac{6}{20}$
- X $\frac{1}{20}$
- $\frac{2}{30}$
- $\frac{1}{18}$
- $\frac{1}{25}$

Maks poeng: 1

19 Den stokastiske variabelen X har sannsynlighetstetthet

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{16}x^2 e^{-x/2} & \text{for } x \geq 0 \\ 0 & \text{ellers.} \end{cases}$$

Da er $E[1/X]$ lik:

Velg ett alternativ

- $\frac{2}{7}$
- $\frac{1}{5}$
- X $\frac{1}{4}$
- $\frac{2}{9}$
- $\frac{1}{6}$

Maks poeng: 1

20 Den stokastiske variabelen X har sannsynlighetstettheten

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{for } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{ellers.} \end{cases}$$

Da er sannsynlighetstettheten til $Y = X^2$ gitt ved (for $0 \leq y \leq 4$):

Velg ett alternativ

- $\frac{2}{y^2}$
- $\frac{2}{\sqrt{y}}$
- $\frac{1}{4y}$
- X $\frac{1}{4\sqrt{y}}$
- $\frac{1}{2y^3}$

Maks poeng: 1