

Ekstraoppgave 3

Det historiske gjennombruddet for sannsynlighetsregningen kom i 1654 i en brevveksling mellom Blaise Pascal og Pierre de Fermat. Et av de problemene de var opptatt av var det såkalte delingsproblemet. Et eksempel på delingsproblemet er følgende:

To spillere legger 50 kroner hver i en pott. Spillerne kaster ett kronestykke flere ganger. Hvis det blir krone får spiller A ett poeng, hvis det blir mynt får spiller B ett poeng. Førstemann til 10 poeng vinner hele potten. Spillet må imidlertid avbrytes når spiller A har fått 8 poeng og spiller B har fått 7 poeng. Hvordan skal de dele potten?

For å bestemme hvordan potten skal deles, skal en ikke se på hvor mange ganger hver av spillerne har vunnet. Det en skal se på, er hvor stor sannsynlighet hver av spillerne har for å vinne potten hvis de hadde fortsatt å spille.

To måter spiller A ville ha vunnet potten på, er at det videre forløpet av spillet hadde blitt AA (spiller A vinner de to neste omgangene) eller BAA (spiller B vinner neste omgang, og deretter vinner spiller A to omganger).

- a) Skriv opp alle de videre forløpene av spillet som ville ha ført til at spiller A hadde vunnet. Skriv også opp alle de videre forløpene som ville ha ført til at spiller B hadde vunnet.
- b) Finn sannsynligheten for at spiller A hadde vunnet og sannsynligheten for at spiller B hadde vunnet. (Svar: $11/16$ for A og $5/16$ for B.)

La X være utbetalingen til spiller A hvis spillet hadde fortsatt (dvs. $X = 100$ hvis A hadde vunnet, og $X = 0$ hvis B hadde vunnet), og la Y være utbetalingen til spiller B. Pascal og Fermat kom fram til at en rettferdig fordeling av potten vil være at spiller A får $E(X)$ og spiller B får $E(Y)$.

- c) Hvordan skal spillerne dele potten?