

### Løsning av Utfordring 3

a) De mulige verdien av  $X$  er de premiene som er gitt til høyre i tabellen i oppgaveteksten, samt 0 kroner (som blir «utbetalingen» hvis du ikke får noen premie).

Altså er de mulige verdiene: 0 kr, 10 kr, 40 kr, 200 kr, 50 000 kr og 2 000 000 kr.

b) Vi finner først  $P(Y = y)$  for  $y = 0, 1, 2, \dots, 10$ , der  $Y$  angir hvor mange av de tallene du har krysset av som blir trukket ut. Vi kan trekke ut 20 tall blant tallene fra 1 til 70 på  $\binom{70}{20}$  måter.

Det er antall mulige utfall av Keno-trekningen. Vi kan trekke ut  $y$  tall blant de 10 tallene du har krysset av på  $\binom{10}{y}$  måter. Og for hver av disse måtene, kan vi trekke ut  $20 - y$  tall blant de 60 du ikke har krysset av på  $\binom{60}{20-y}$  måter. Antall gunstige utfall for begivenheten at  $y$  av dine tall blir

trukket ut, er dermed  $\binom{10}{y} \cdot \binom{60}{20-y}$ . Derfor er  $P(Y = y) = \frac{\binom{10}{y} \cdot \binom{60}{20-y}}{\binom{70}{20}}$  for  $y = 0, 1, 2, \dots, 10$ .

Fra Matematikk R1 kjenner du igjen dette uttrykket for *hypergeometriske* sannsynligheter. I læreboka behandles hypergeometriske sannsynligheter i avsnitt 3.6

I MATLAB kan du bestemme  $P(Y = y)$  ved kommandoen `hygepdf(y, 70, 10, 20)`.

Alle tallsvarene gitt nedenfor er regnet ut ved å bruke denne kommandoen.

Punktsannsynligheten for  $X$  blir nå (jf. tabellen i oppgaveteksten):

$$p(0) = P(X = 0) = \sum_{y=1}^4 P(Y = y) = 0.8646$$

$$p(10) = P(X = 10) = P(Y = 0) + P(Y = 5) = 0.1087$$

$$p(40) = P(X = 40) = P(Y = 6) = 0.0225$$

$$p(200) = P(X = 200) = P(Y = 7) = 0.00383$$

$$p(2000) = P(X = 2000) = P(Y = 8) = 0.000388$$

$$p(50000) = P(X = 50000) = P(Y = 9) = 0.0000212$$

$$p(2000000) = P(X = 2000000) = P(Y = 10) = 0.000000466$$

c) Av resultatet i punkt b finner vi at

$$P(\text{utbetalt minst 200 kroner}) = \sum_{y=7}^{10} P(Y = y) = 0.0042$$

$$P(\text{utbetalt 10 kroner}) = P(Y = 0) + P(Y = 5) = 0.1087$$

d) Forventningsverdien til  $X$  er

$$E(X) = \sum_x x \cdot p(x) = 0 \cdot p(0) + 10 \cdot p(10) + 40 \cdot p(40) + 200 \cdot p(200) + 2000 \cdot p(2000) \\ + 50000 \cdot p(50000) + 2000000 \cdot p(2000000) = 5.52$$

Forventet utbetaling er 5.52 kroner.

e) Hvis du mange ganger spiller én rekke på Keno-nivå 10 med rekkepris 10 kroner, vil du i gjennomsnitt få utbetalt 5.52 kroner per spill. For å spille, betaler du 10 kroner per spill. Derfor vil du i gjennomsnitt tape 4.48 kroner per spill hvis du spiller mange ganger.