Løsning av Utfordring 2

Vi innfører begivenhetene:

A = «Vi trekker fra bunke A»
B = «Vi trekker fra bunke B»
S = «De to første kortene vi trekker er svarte»
R = «Det tredje kortet vi trekker er rødt»

Vi vil finne $P(R \mid S)$ *hvis* vi trekker det tredje kortet fra samme bunke som det to første *og hvis* vi trekker det tredje kortet fra den andre bunken.

Vi ser først på situasjonen hvor vi trekker det tredje kortet fra den samme bunken som de to første. Setningen om total sannsynlighet gir da at

$$\begin{aligned} P(S \cap R) &= P(S \cap R \mid A) \cdot P(A) + P(S \cap R \mid B) \cdot P(B) \\ &= \frac{8 \cdot 7 \cdot 4}{12 \cdot 11 \cdot 10} \cdot \frac{1}{2} + \frac{6 \cdot 5 \cdot 6}{12 \cdot 11 \cdot 10} \cdot \frac{1}{2} \\ &= 0.1530 \end{aligned}$$

og

$$\begin{aligned} P(S) &= P(S \mid A) \cdot P(A) + P(S \mid B) \cdot P(B) \\ &= \frac{8 \cdot 7}{12 \cdot 11} \cdot \frac{1}{2} + \frac{6 \cdot 5}{12 \cdot 11} \cdot \frac{1}{2} \\ &= 0.3258 \end{aligned}$$

Dermed er

$$P(R \mid S) = \frac{P(S \cap R)}{P(S)} = \frac{0.1530}{0.3258} = 0.470$$

Vi ser så på situasjonen hvor vi trekker det tredje kortet fra den andre bunken enn de to første. Da er fortsatt $P(S) = 0.3258$, mens vi nå har at

$$\begin{aligned} P(S \cap R) &= P(S \cap R \mid A) \cdot P(A) + P(S \cap R \mid B) \cdot P(B) \\ &= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{12 \cdot 11 \cdot 12} \cdot \frac{1}{2} + \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{12 \cdot 11 \cdot 12} \cdot \frac{1}{2} \\ &= 0.1439 \end{aligned}$$

Dermed er

$$P(R \mid S) = \frac{P(S \cap R)}{P(S)} = \frac{0.1439}{0.3258} = 0.442$$

Sannsynligheten for å få et rødt kort er størst hvis vi ikke bytter bunke.