

Ekstraoppgave 1

(Denne oppgaven gir en formell løsning av diskusjonsoppgaven fra forrige uke.)

I september 1990 stod det et leserbrev i spalten “Ask Marilyn” i det amerikanske bladet “Parade Magazin”. Leseren spør:

Suppose you’re on a game show, and you’re given the choice of three doors: Behind one door is a car; behind the others, goats. You pick a door, say No. 1, and the host, who knows what’s behind the doors, opens another door, say No. 3, which has a goat. He then says to you “Do you want to pick door No. 2?” Is it to your advantage to switch your choice?

Redaktøren av spalten, Marilyn vos Savant, anbefalte deltakeren i showet å bytte dør. Da ville sannsynligheten for å vinne bilen bli $2/3$, mens sannsynligheten for å vinne bare ville være $1/3$ hvis deltakeren holdt fast ved dør nummer 1. Dette svaret førte til en storm av protester, også fra fagfolk, som mente at sannsynligheten for å vinne bilen ville være 50 % uansett om deltakeren byttet dør eller ikke.

For å løse oppgaven, ser vi på begivenhetene:

- $A_1 =$ “bilen er bak den døra du gjetter på først”
- $A_2 =$ “bilen er ikke bak den døra du gjetter på først”
- $B =$ “du vinner bilen”

Vi vil bruke setningen om total sannsynlighet til å bestemme $P(B)$ (jf. side 79 i læreboka).

- Bestem $P(A_1)$ og $P(A_2)$.
- Hva blir $P(B|A_1)$ og $P(B|A_2)$ hvis du ikke bytter dør? Hva blir disse sannsynlighetene hvis du bytter dør?
- Bruk setningen om total sannsynlighet til finne $P(B)$ hvis du ikke bytter dør. Finn også $P(B)$ hvis du bytter dør.

Problemet i denne oppgaven er kjent som “Monty Hall problemet”, se f.eks. https://en.wikipedia.org/wiki/Monty_Hall_problem