

i Forside V22

Deleksamen i STK1100 - Sannsynlighetsregning og statistisk modellering.

Fredag 25. mars 2022

Kl. 15.00 - 17.00 (to timer)

Oppgavesettet består av 20 flervalgsoppgaver som alle teller like mye.

Hvis et svar er gitt som desimaltall, er det rundet av til det gitte antall desimaler.

Tillatte hjelpemidler: Godkjent lommeregner og Formelsamling for STK1100.

En lenke til formelsamlingen er gitt under oppgavelinja. Der er det også en lenke til en kalkulator som du eventuelt kan bruke i stedet for din egen kalkulator.

Lykke til!

1 ordnet uten

For å deaktivere en alarm må en taste inn på 6 siffer i riktig rekkefølge.

Anta at det ikke er mulig å bruke samme siffer flere ganger.

Hvor mange mulige kombinasjoner finnes det da?

Velg ett alternativ

- 60
- 151200
- 30240
- 210
- 1000000

Maks poeng: 1

2 ikke ordnet uten

En vennegruppe på 15 skal på tur. Fire av dem skal kjøre bil, mens resten tar bussen. Hvor mange ulike grupper på fire kan en danne?

Velg ett alternativ

- 50625
- 60
- 32760
- 1365
- 2730

Maks poeng: 1

3 g/m

En krukke inneholder 36 kuler i 6 forskjellige farger; blå, røde, gule, grønne, lilla og oransje, og det er 6 kuler av hver farge. Du trekker 4 kuler med tilbakelegging. Hva er sannsynligheten for at ingen av kulene har samme farge?

Velg ett alternativ

- $\frac{5}{18}$
- $\frac{2}{3}$
- $\frac{5}{54}$
- $\frac{5}{108}$
- $\frac{5}{324}$

Maks poeng: 1

4 snitt union betinget

Vi skal se på to hendelser A og B der $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.5$ og $P(A \cup B) = 0.7$.
Finn sannsynligheten $P(A | B')$ der B' er komplementet til B .

Velg ett alternativ

- 0.6
- 0.8
- 0.5
- 0.2
- 0.4

Maks poeng: 1

5 bayes

I en skog er 20% av trærne bjørker. Det er rapportert at 60% av bjørkene og 40% av de andre trærne er angrepet av sykdommen heksekost. Et tilfeldig tre i skogen viser seg å ha heksekost. Hva er sannsynligheten for at dette treet er en bjørk?

Velg ett alternativ

- 0.580
- 0.273
- 0.111
- 0.727
- 0.222

Maks poeng: 1

6 uavhengighet

En mynt kastes to ganger. Definer følgende hendelser

A = første kast gir kron

B = andre kast gir mynt

C = de to kastene gir likt resultat

Velg det utsagnet som IKKE er sant:

Velg ett alternativ

- $P(C) = 0.5$
- $P(B | A) = 0.5$
- B og C er avhengige
- A og C er uavhengige
- A, B og C er avhengige

Maks poeng: 1

7 forventning diskret

Den kumulative fordelingen til en diskret stokastisk variabel X er gitt ved:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } x < 1 \\ 0.2 & \text{for } 1 \leq x < 2 \\ 0.4 & \text{for } 2 \leq x < 3 \\ 0.6 & \text{for } 3 \leq x < 4 \\ 0.9 & \text{for } 4 \leq x < 5 \\ 1 & \text{for } x \geq 5 \end{cases}$$

Da er forventningen til X lik:

Velg ett alternativ

- 3.5
- 2.7
- 1.9
- 3.0
- 2.9

Maks poeng: 1

8 varians diskret

En diskret stokastisk variabel X har punktsannsynlighet gitt ved tabellen:

x	2	4	6	8
$P(X = x)$	0.40	0.25	0.2	0.15

Da er variansen til X lik:

Velg ett alternativ

- 17.64
- 4.76
- 22.4
- 6.23
- 5.11

Maks poeng: 1

9 binomisk

Vi antar i denne oppgaven at 8 % av Oslo-innbyggernes daglige reiser foregår på sykkel.

Transportøkonomisk institutt spør et tilfeldig utvalg på 20 Oslo-innbyggere hvilket transportmiddel de bruker i hverdagen.

Hva er sannsynligheten for at minst to av dem bruker sykkel?

Velg ett alternativ

- 27.1 %
- 16 %
- 48.3 %
- 51.7 %
- 67.2 %

Maks poeng: 1

10 Poisson-prosess

Et sentralbord får innkommende telefonsamtaler i henhold til en Poisson-prosess med rate $\alpha = 0.25$ per minutt. Hva er sannsynligheten for at det kommer mindre enn tre telefonsamtaler i løpet av et kvarter?

Velg ett alternativ

- 73.6 %
- 45.7 %
- 27.7 %
- 83.5 %
- 51.6 %

Maks poeng: 1

11 standardavvik binomisk

Du kaster en tegnestift 4 ganger. Sannsynligheten for at den lander med spissen ned er 0.3.

La X være antall ganger tegnestiften lander med spissen ned og innfør $Y = 5X + 3$.

Da er standardavviket til Y gitt ved:

Velg ett alternativ

- 6.12
- 25.00
- 4.20
- 4.58
- 30.00

Maks poeng: 1

12 gyldig tetthet

Gitt en tilfeldig variabel X med sannsynlighetstetthet

$$f(x) = \begin{cases} c(x^3 + x) & 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

Finn c .

Velg ett alternativ

- $\frac{1}{3}$
- $\frac{5}{8}$
- $\frac{5}{2}$
- 6
- $\frac{1}{6}$

Maks poeng: 1

13 sannsynlighet fra $f(x)$

Tiden en tilfeldig valgt student bruker på å fullføre en tre-timers test, er en tilfeldig variabel med sannsynlighetstetthet

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{9}(x^2 - x) & 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{ellers.} \end{cases}$$

Finn sannsynligheten for at studenten blir ferdig på mindre enn to timer.

Velg ett alternativ

- $\frac{7}{9}$
- $\frac{4}{9}$
- $\frac{4}{27}$
- $\frac{2}{3}$
- $\frac{2}{27}$

Maks poeng: 1

14 forventning fra momentgen.

For en tilfeldig variabel X med momentgenererende funksjon $M_X(t) = \frac{\theta^2}{(1 - e^t(1 - \theta))^2}$, finn forventningen til X .

Velg ett alternativ

- θ
- $\frac{2(1-\theta)}{\theta}$
- $2\theta^2$
- $\theta(1 - \theta)$
- $\frac{2}{\theta}$

Maks poeng: 1

15 normalfordeling - tabell

(I denne oppgaven får du bruk for tabellen over standardnormalfordelingen som er gitt til venstre for oppgaveteksten.)

En kan anta at høyden (i cm) til 3 år gamle gutter i Norge følger en $N(96, 3.25^2)$ -fordeling. Hva er sannsynligheten for at en 3-årig gutt er høyere enn 100 cm?

Velg ett alternativ

- 0.309
- 0.692
- 0.891
- 0.109
- 0.160

Maks poeng: 1

16 momentgen for transformert

For $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, finn den momentgenererende funksjonen $M_Y(t)$ for $Y = 2(X - \mu)$.

Velg ett alternativ

- $e^{at} e^{\sigma^2 t^2 / 2}$
- $2e^{\mu t + t^2 / 2}$
- $e^{2\sigma^2 t^2}$
- $e^{\mu t} e^{\sigma^2 t^2 / 2}$
- $e^{t^2 / 2}$

Maks poeng: 1

17 **E(h(X))**

Dersom en av turbinene i et vannkraftanlegg slutter å fungere, må kraftanlegget stenges til turbinen er reparert. Tiden T (i timer) det tar å reparere turbinen er eksponential-fordelt med parameter $\lambda = 0.2$. Kostnaden C av en slik feil, vil være

$$C = c_0 + c_1(T + \frac{1}{2}T^2)$$

der c_0 er kostnaden til reservedelene og $c_1(T + \frac{1}{2}T^2)$ er kostnaden forbundet med nedstengningen. Finn forventet kostnad for en slik feil.

Velg ett alternativ

- $c_0 + \frac{35}{2}c_1^2$
- $5c_1^2$
- $c_0 + 30c_1^2$
- $c_0 + 30c_1$
- $c_0 + \frac{35}{2}c_1$

Maks poeng: 1

18 Fordeling til transformasjon

Den stokastiske variabelen X har sannsynlighetstetthet

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{8}(1 - \frac{1}{4}x^2) & \text{for } -2 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{ellers.} \end{cases}$$

Da er sannsynlighetstettheten til $Y = X^2$ gitt ved:

Velg ett alternativ

- $f(y) = \begin{cases} \frac{3}{8\sqrt{y}}(1 - \frac{1}{4}y) & \text{for } 0 \leq y \leq 4 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$
- $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}\sqrt{y}(1 - y) & \text{for } 0 \leq y \leq 4 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$
- $f(x) = \begin{cases} 2(1 - \frac{1}{4}y) & \text{for } 0 \leq y \leq 4 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$
- $f(x) = \begin{cases} \frac{15}{32}\sqrt{y}(1 - y) & \text{for } 0 \leq y \leq 4 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$
- $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{8}(1 - \frac{1}{4}y) & \text{for } 0 \leq y \leq 2 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$

Maks poeng: 1

19 median til X fra $f(x,y)$

Gitt tilfeldige variabler X og Y med sannsynlighetstetthet

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{3}{8}(x^2 + y) & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases},$$

finn medianen $\tilde{\mu}$ til Y .

Velg ett alternativ:

- $\frac{4}{3}$
- 1
- $\frac{3}{16}$
- $\frac{2}{3}$
- 2

Maks poeng: 1

20 **Kovarians**

La X og Y være stokastiske variabler med simultan punktsannsynlighet $p(x, y)$ gitt i tabellen under

$p(x, y)$	$x = 1$	$x = 2$	$x = 3$
$y = 1$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{9}$
$y = 2$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{9}$

Hva er kovariansen mellom X og Y ?

Velg ett alternativ:

- $\frac{1}{6}$
- 1
- $\frac{1}{\sqrt{6}}$
- $-\frac{1}{9}$
- $\frac{26}{9}$

Maks poeng: 1

Question 15
Attached

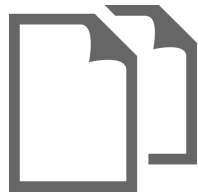
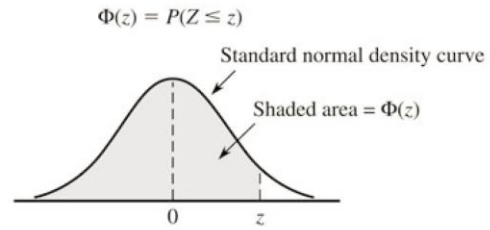


Table A.3 Standard Normal Curve Areas



<i>z</i>	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
-3.4	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0002
-3.3	.0005	.0005	.0005	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0003
-3.2	.0007	.0007	.0006	.0006	.0006	.0006	.0006	.0005	.0005	.0005
-3.1	.0010	.0009	.0009	.0009	.0008	.0008	.0008	.0008	.0007	.0007
-3.0	.0013	.0013	.0013	.0012	.0012	.0011	.0011	.0011	.0010	.0010
-2.9	.0019	.0018	.0017	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
-2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
-2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
-2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
-2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0048
-2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
-2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
-2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
-2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
-2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
-1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
-1.8	.0359	.0352	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
-1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
-1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
-1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
-1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0722	.0708	.0694	.0681
-1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
-1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
-1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
-1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
-0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
-0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
-0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2296	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
-0.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
-0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
-0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
-0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3482
-0.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
-0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
-0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641

(continued)

