Fra forrige gang : (kap. 2.1)

Utfallsrom S

diskret

kontinuerlig

$S = (0, 6)$

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$S = \{M, KM, KKM, KKKM, \dots\}$

Begivenheter / hendelser

A , B , C ,

A = minst 5 øyne på terningkast

$A = \{5, 6\}$ delmengde av S

$A \cup B$ union – enten i A, eller i B, eller i begge

$A \cap B$ snitt – både i A og B

A' komplementet til A

$A \cap B = \emptyset$ $\Rightarrow$ A og B disjunkte

(ingen felles enkeltutfall)

Egenskaper til sannsynligheter
(basert på Kolmogorovs aksiomer)

1.) $P(\emptyset) = 0$

Sett $A_1 = A_2 = A_3 = \cdots = \emptyset$

Har da $A_1 \cup A_2 \cup \cdots = \emptyset$

Har $A_i \cap A_j = \emptyset$ så A_i-ene er disjunkte

$$0 \underset{\text{aksiom 1}}{\leq} P(\emptyset) = P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots) \underset{\text{aksiom 3}}{=} P(A_1) + P(A_2) + \cdots$$

$$= P(\emptyset) + P(\emptyset) + \cdots$$

Da må vi ha $P(\emptyset) = 0$

2.) $A_1 \dots A_k$ disjunkte (dvs. $A_i \cap A_j = \emptyset$ for $i \neq j$)

Skal vise at $P\left(\bigcup_{i=1}^{k} A_i\right) = \sum_{i=1}^{k} P(A_i)$

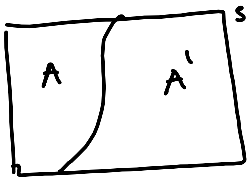
Sett $A_{k+1} = A_{k+2} = \cdots = \emptyset$

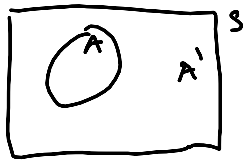
Har da $\bigcup_{i=1}^{k} A_i = \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i$

Så

$$\underline{P\left(\bigcup_{i=1}^{k} A_i\right)} = P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) \underset{\text{aksiom 3}}{=} \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i) \underset{\text{resultat 1}}{=} \underline{\sum_{i=1}^{k} P(A_i)}$$

3.) $P(A) = 1 - P(A')$ komplement-regelen





Har $\boxed{A \cup A' = S}$

Har også at $A \cap A' = \emptyset$ dvs. A og A' er disjunkte

Har da

$$1 \underset{\substack{\uparrow \\ \text{aksiom} \\ 2}}{=} P(S) = P(A \cup A') \underset{\substack{\uparrow \\ \text{resultat} \\ 2}}{=} P(A) + P(A')$$

$\Rightarrow$ $P(A) = 1 - P(A')$ som vi skulle vise

4.) $P(A) \leq 1$

Har at

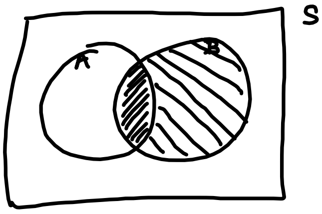
$$P(A) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{resultat} \\ 3}}{=} 1 - \overbrace{P(A')}^{\geq 0 \text{ aksiom 1}} \leq 1$$

5. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Addisjonssetningen

1. $B = (A \cap B) \cup (A' \cap B)$

disjunkte

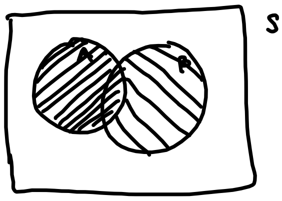


$P(B) = P(A \cap B) + P(A' \cap B)$ ⊛

resultat 2

2. $A \cup B = A \cup (A' \cap B)$

disjunkte



$P(A \cup B) = P(A) + P(A' \cap B)$

resultat 2

3. ⊛ $P(A' \cap B) = P(B) - P(A \cap B)$

Setter inn dette i

4. Dermed

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Mentimeter – bruk av addisjonssetningen

P(snø i løpet av helgen) = ?

A = snø lørdag $\quad P(A) = 0.20$

B = snø søndag $\quad P(B) = 0.10$

$A \cup B$ = snø i løpet av helgen

dvs. $P(A \cup B)$ er det vi vil finne

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - \underbrace{P(A \cap B)}_{P(\text{snø begge dager}) \geq 0}$$

$$= 0.20 + 0.10$$

$$\leq 0.30$$