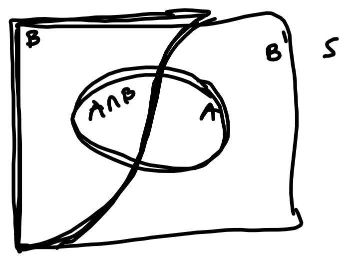
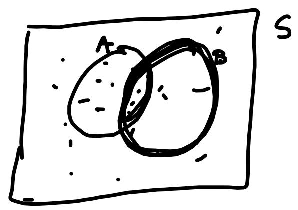
Kap. 2.4 rep.



Betinget sannsynlighet def.

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

gitt el. betinget på

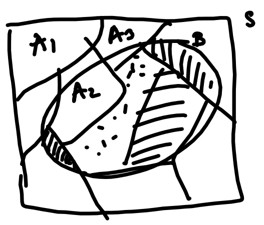


Produktsetningen

$$P(A \cap B) = P(A \mid B) \cdot P(B)$$

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1) \cdot P(A_2 \mid A_1) \cdot P(A_3 \mid A_1 \cap A_2)$$

Setningen om total sannsynlighet:



Hvis $A_1 \dots A_k$ er disjunkte og $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_k = S$ har vi

$$P(B) = \sum_{j=1}^{k} P(A_j \cap B)$$

$$\overset{\text{produktsetn.}}{=} \sum_{j=1}^{k} P(B \mid A_j) \cdot P(A_j)$$

Slide 25:

Hvis $\overbrace{P(A|B) = P(A)}^{*}$ så er $P(B|A) = P(B)$

A og B uavh. B og A uavh.

Bevis: $$P(B|A) \overset{\text{def.}}{=} \frac{P(A\cap B)}{P(A)} \overset{\text{produkt-setn.}}{=} \frac{P(A|B)\cdot P(B)}{P(A)} \overset{*}{=} \frac{\cancel{P(A)}\cdot P(B)}{\cancel{P(A)}} = P(B)$$

Slide 27:

Viser den første (*)

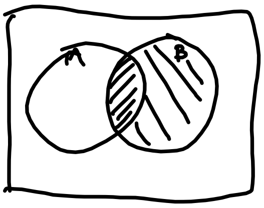
Anta at $P(A|B) = P(A)$ dvs. A og B uavh.

Vil vise at da er også $P(A'|B) = P(A')$ dvs. A' og B uavh.

Har at

$$P(A'|B) = \frac{P(A'\cap B)}{P(B)}$$

setter inn



$$B = (A\cap B) \cup (A'\cap B)$$

disjunkte

$$P(B) = P(A\cap B) + P(A'\cap B)$$

$$\Rightarrow \quad P(A'\cap B) = P(B) - P(A\cap B)$$

Setter inn og får

$$\underline{\underline{P(A'|B)}} = \frac{P(A'\cap B)}{P(B)} = \frac{P(B) - P(A\cap B)}{P(B)}$$

$$= 1 - \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = 1 - P(A|B) = 1 - P(A)$$

$$= \underline{\underline{P(A')}}$$

Slide 27 Viktig! $P(A\cap B) = P(A)\cdot P(B)$
hvis og bare hvis
A og B er uavhengige

Bevis:

$$\left.\begin{array}{c} P(A\mid B) = P(A) \\ \Updownarrow \\ P(A\cap B) = P(A)\cdot P(B) \end{array}\right\} \text{skal vises}$$

Anta først
$$P(A\mid B) = P(A)$$
Da finner vi at
$$\underline{\underline{P(A\cap B)}} \overset{\text{produktsetn.}}{=} P(A\mid B)\cdot P(B) \overset{\text{antagelsen}}{=} \underline{\underline{P(A)\cdot P(B)}}$$

Anta så at
$$P(A\cap B) = P(A)\cdot P(B)$$
Da finner vi at
$$\underline{\underline{P(A\mid B)}} \overset{\text{def.}}{=} \frac{P(A\cap B)}{P(B)} \overset{\text{antagelsen}}{=} \frac{P(A)\cdot \cancel{P(B)}}{\cancel{P(B)}} = \underline{\underline{P(A)}}$$

Slide 29

Uavhengighet for $n = 3$ begivenheter:

A, B og C er uavhengige hvis følgende er oppfylt:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$
$$P(A \cap C) = P(A) \cdot P(C)$$
$$P(B \cap C) = P(B) \cdot P(C)$$

oppfylt i eksempelet

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C)$$

(ikke oppfylt i eksempelet)