

Ekstraoppgave 1

Formålet med denne ekstraoppgaven er å vise noen av de resultatene som brukes i eksemplene 7.5 og 7.7 i læreboka.

Anta at X_1, X_2, \dots, X_n er uavhengige og uniform fordelte variable over intervallet $[0, \theta]$, jf. side 157 i læreboka.

a) La Y_n være den største av X_1, X_2, \dots, X_n . Bruk resultatet på sidene 268-269 i læreboka til å vise at den kumulative fordelingen til Y_n er

$$G_n(y) = \begin{cases} y^n / \theta^n & 0 \leq y \leq \theta \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

b) Vis at tettheten til Y_n er

$$g_n(y) = \begin{cases} ny^{n-1} / \theta^n & 0 \leq y \leq \theta \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

c) Vis at $E(Y_n) = n\theta / (n+1)$ og $E(Y_n^2) = n\theta^2 / (n+2)$

d) Vis at $V(Y_n) = n\theta^2 / [(n+2)(n+1)^2]$.