

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

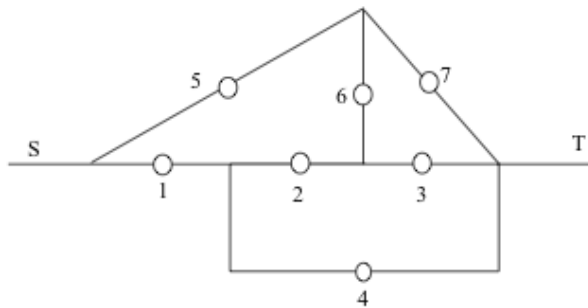
Eksamen i STK2400 — Elementær innføring i risiko- og pålitelighetsanalyse.
Eksamensdag: Fredag 7. desember 2012.
Tid for eksamen: 14.30 – 18.30.
Oppgavesettet er på 3 sider.
Vedlegg: Ingen.
Tillatte hjelpemidler: Godkjent kalkulator.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Alle 12 underpunkter vektlegges likt ved sensuren.

Oppgave 1

Betrakt følgende flytnettverk av uavhengige komponenttilstander:



- Finne systemets minimale sti- og kuttmengder.
- Hvor mange ledd får vi i beste fall (før vi trekker sammen) ved å bruke utmultipliseringsmetoden for å beregne påliteligheten til dette systemet?
Begrunn svaret. Sammenlign med metoden basert på total tilstandsoppramsing.
- Beregn påliteligheten til dette systemet uttrykt ved komponentpålitelighetene p_1, \dots, p_7 .
- Hva blir den pålitelighetsmessige betydning av 2. komponent hvis en bruker Birnbaum målet?

(Fortsettes på side 2.)

- e) Hva blir den tilsvarende strukturelle betydning av 2. komponent? Vis dette på 2 måter.

Oppgave 2

Betrakt en monoton struktur ϕ av n komponenter som ikke repareres, der tilstandsprosessene til komponentene $\{X_i(t), t \geq 0\}$ $i = 1, \dots, n$ er uavhengige. Birnbaum (1969) foreslo følgende mål for den pålitelighetsmessige betydning av i -te komponent ved tidspunkt t :

$$I_B^{(i)}(t) = \frac{\partial h(\underline{p}(t))}{\partial p_i(t)} \quad i = 1, \dots, n$$

- a) Vis at:

$$I_B^{(i)}(t) = P[(1_i, \underline{X}(t)) \text{ er en kritisk stivektor for komponent } i]$$

La nå i -te komponent ha absolutt kontinuerlig levetidsfordeling $F_i(t)$ med tilhørende sannsynlighetstetthet $f_i(t)$. La videre

$$\begin{aligned} \bar{F}_i(t) &= 1 - F_i(t) \\ \bar{F}(t) &= (\bar{F}_1(t), \dots, \bar{F}_n(t)) \end{aligned}$$

- b) Vis at

$$P[\text{Systemet feiler i } [0, \infty)] = 1$$

- c) Barlow og Proschan (1975) målet er gitt ved:

$$I_{B-P}^{(i)} = \int_0^{\infty} I_B^{(i)}(t) f_i(t) dt$$

Utled hvilken begivenhet dette er sannsynligheten for, og vis at

$$\sum_{i=1}^n I_{B-P}^{(i)} = 1.$$

- d) Vesely og Fussel (1975) målet er gitt ved:

$$I_{V-F}^{(i)}(t) = P[X_i(t) = 0 \mid \phi(\underline{X}(t)) = 0]$$

Hvilke innvendinger kan det reises mot dette målet?

- e) Anta at i -te komponent er irrelevant for strukturen ϕ .

Hva blir da $I_B^{(i)}(t)$, $I_{B-P}^{(i)}$ og $I_{V-F}^{(i)}(t)$?

Begrunn svarene og kommenter dem.

(Fortsettes på side 3.)

Oppgave 3

- a) Utled strukturfunksjonen til et 2-av-3 system. Anta at de tre komponenttilstandene er uavhengige og at alle komponentpålitelighetene er lik p . Utled påliteligheten til systemet.
- b) En av de minimale stimengdene til 2-av-3 systemet er $\{1, 2\}$. Anta at vi bytter ut komponent 2 i denne mengden med en ny komponent 4 slik at vi får et nytt system bestående av 4 komponenter. Utled strukturfunksjonen til dette nye systemet. Anta at komponenttilstanden til komponent 4 er uavhengig av de øvrige komponenttilstandene og at også denne komponenten har pålitelighet p . Utled påliteligheten til dette nye systemet. Ble du overrasket? Begrunn svaret.

SLUTT