UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i:	STK3405/4405 — Elementær innføring i risiko- og pålitelighetsanalyse.
Eksamensdag:	Mandag 8. desember 2014.
Tid for eksamen:	14.30 – 18.30.
Oppgavesettet er på 3 sider.	
Vedlegg:	Ingen.
Tillatte hjelpemidler:	Godkjent kalkulator.

Kontroller at oppgavesettet er komplett
før du begynner å besvare spørsmålene.

Alle* 11 *underpunkter vektlegges likt ved sensuren.

LØSNING

Oppgave 1.

a) Minimale stimengder:

$$\{1,4,7\}, \{1,4,5,6\}, \{1,3,6\}, \{1,3,5,7\}, \{2,6\}, \{2,5,7\}, \{2,3,4,7\}$$

Minimale kuttmengder:

$$\{1,2\}, \{1,3,5,6\}, \{2,3,4\}, \{2,3,5,7\}, \{6,7\}, \{4,5,6\}$$

b) Ved å basere oss på de minimale kutt får vi i beste fall (før vi trekker sammen) $2^6 - 1 = 63$ ledd ved å bruke utmultipliseringsmetoden. Ved total tilstandsoppramsing får vi $2^7 - 1 = 127$ ledd.

(Fortsettes side 2.)

c) Ved å pivotere mhp. 4. komponent og deretter mhp. broen bestående av parallellkoblingen av komponentene 3 og 5 hvis 4. komponent funksjonerer, får vi:

$$h(\boldsymbol{p}) = p_4[(p_3 + p_5 - p_3p_5)[(p_1 + p_2 - p_1p_2)(p_6 + p_7 - p_6p_7)]$$
$$+ (1 - p_3 - p_5 + p_3p_5)[(p_1p_7 + p_2p_6 - p_1p_2p_6p_7)]]$$
$$+ (1 - p_4)[(p_1p_3 + p_2 - p_1p_2p_3)(p_5p_7 + p_6 - p_5p_6p_7)]$$

d)

$$I_B^{(4)} = \partial h(\boldsymbol{p})/\partial p_4 = (p_3 + p_5 - p_3p_5)[(p_1 + p_2 - p_1p_2)(p_6 + p_7 - p_6p_7)]$$
$$+ (1 - p_3 - p_5 + p_3p_5)[(p_1p_7 + p_2p_6 - p_1p_2p_6p_7)]$$
$$- (p_1p_3 + p_2 - p_1p_2p_3)(p_5p_7 + p_6 - p_5p_6p_7)$$

e) Ved å sette inn $p_i = 1/2$ for $i = 1, 2, 3, 5, 6, 7$ i $I_B^{(4)}$ får vi:

$$J_B^{(4)} = (3/4)[(3/4)(3/4)] + 1/4[1/4 + 1/4 - 1/16)] - (1/4 + 1/2 - 1/8)^2$$
$$= 27/64 + 7/64 - 25/64 = 9/64$$

Alternativt er:

$$J_B^{(4)} = \text{antall kritiske stimengder for 4. komponent}/(2^{7-1})$$

Siden vi har følgende 9 kritiske stimengder for 4. komponent, stemmer svaret over:

$$\{1,4,7\}, \{1,2,4,7\}, \{1,3,4,7\}, \{1,5,4,7\}, \{1,6,4,7\}, \{1,2,3,4,7\}, \{1,5,6,4,7\},$$
$$\{1,4,5,6\}, \{2,3,4,7\}$$

Oppgave 2.

a) Se bevis av Teorem 3.6.1 i Natvig (1998).

b) Se kommentar etter beviset av Teorem 3.6.1 i Natvig (1998).

c) Se bevis av Teorem 3.6.4 i Natvig (1998).

Et seriesystem feiler når den første komponenten feiler. Positiv avhengighet betyr at komponentene støtter hverandre til å stå i mot å feile. Det

(Fortsettes side 3.)

betyr at seriesystemet lever lenger og er mer pålitelig. Uavhengighet betyr at komponentene ikke støtter hverandre, og seriesystemet er da minst pålitelig.

Et parallellsystem feiler når den siste komponenten feiler. Positiv avhengighet betyr at hvis en komponent feiler, så feiler de andre fortere dvs. at komponentene ikke støtter hverandre. Dette betyr at parallellsystemet lever kortere og er mindre pålitelig. Uavhengighet betyr at komponentene ikke lar seg påvirke av at andre komponenter feiler, og parallellsystemet er derfor mest pålitelig.

d) Se bevis av Teorem 3.6.5 og Korollar 3.6.6 i Natvig (1998). Siden en har antatt at komponenttilstandene er uavhengige, ser en direkte uten å bruke teorien for assosierte tilfeldige variable at:

$$\prod_{i \in P_j} p_i = \prod_{i \in P_j} EX_i = E \prod_{i \in P_j} X_i = P[min_{i \in P_j} X_i = 1]$$

e)

$$\max_{1 \le j \le p^D} \prod_{i \in P_j^D} p_i^D \le h^D(\boldsymbol{p}^D) \Leftrightarrow \max_{1 \le j \le k} \prod_{i \in K_j} (1 - p_i) \le 1 - h(\boldsymbol{p})$$

$$\Leftrightarrow h(\boldsymbol{p}) \le \min_{1 \le j \le k} \coprod_{i \in K_j} p_i$$

f) Se siste del av beviset av Teorem 3.6.10 i Natvig (1998).

SLUTT