UNIVERSITETET I OSLO

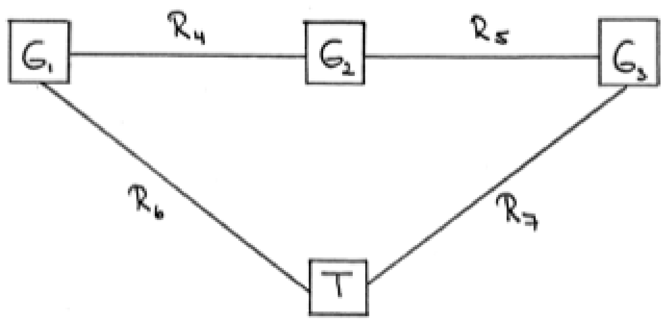
Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i:	STK2400 — Elementær innføring i risiko- og pålitelighetsanalyse.
Eksamensdag:	Onsdag 1. desember 2004.
Tid for eksamen:	09.00 – 12.00.
Oppgavesettet er på 3 sider.	
Vedlegg:	Ingen.
Tillatte hjelpemidler:	Rottmanns "Mathematische Formelsammlung", kalkulator.

Kontroller at oppgavesettet er komplett
før du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgave 1.

Figur 1 viser et anlegg for produksjon og transport av gass.



Figur 1.

G_1, G_2 og G_3 er 3 gassproduksjonsplattformer, R_4, R_5, R_6 og R_7 er 4 rørledninger mens T er et gasskraftverk. Hver av de 3 gassproduksjonsplattformene har som funksjon å produsere gass, mens de 4 rørledningene brukes til å transportere gassen. Alle disse 7 komponentene kan feile. Vi antar for enkelthets skyld at de 3 gassproduksjonsplattformene kan videretransportere gass fra de 2 andre uten å feile og at det heller ikke kan inntreffe feil i gasskraftverket.

(Fortsettes side 2.)

Vi er interessert i sannsynligheten for at T kan motta gass fra minst en gassproduksjonsplattform og innfører derfor:

$$\phi = \begin{cases} 1 & \text{hvis T kan motta gass fra minst en gassproduksjonsplattform} \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{hvis } \mathrm{G}_i \text{ kan produsere gass} \\ 0 & \text{ellers,} \end{cases}$$

$i = 1, 2, 3.$

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{hvis rørledning } \mathrm{R}_i \text{ funksjonerer} \\ 0 & \text{ellers,} \end{cases}$$

$i = 4, 5, 6, 7.$

Vi antar at X_i-ene er uavhengige stokastiske variable, og at:

$$P(X_i = 1) = p_i\ , \qquad i = 1, 2, \ldots, 7$$

a) Finn de 6 minimale stimengdene og de 7 minimale kuttmengdene til systemet.

b) Vis at strukturfunksjonen uttrykt ved X_i-ene kan skrives som:

$$\phi(\underline{X}) = 1-(1-X_1X_6)(1-X_2X_4X_6)(1-X_3X_4X_5X_6)(1-X_3X_7)(1-X_2X_5X_7)(1-X_1X_4X_5X_7)$$

c) Beregn $P(\phi(0_1, \underline{X}) = 1)$, dvs. gitt at G_1 har feilet.

d) Hva blir den pålitelighetsmessige betydning av G_2 hvis en bruker Birnbaummålet og en vet at G_1 har feilet?

e) Hva blir den tilsvarende strukturelle betydning av G_2 gitt at G_1 har feilet?

f) Angi de kritiske stimengdene for G_2 gitt at G_1 har feilet.

g) Anta at en aksjonsgruppe ønsker å sabotere anlegget slik at gasskraftverket T ikke kan motta gass fra noen gassproduksjonsplattform.

Hva er sannsynligheten for at de klarer dette, gitt at de har fått G_1 til å feile, hvis sannsynlighetene for at de klarer å sabotere hver av de to andre gassproduksjonsplattformene og hver av rørledningene er lik 0.5?

Oppgave 2.

a) Hvis $X_1, \ldots, X_n$ er assosierte, binære, tilfeldige variable, vis at vi da har:

$$E\prod_{i=1}^{n} X_i \geq \prod_{i=1}^{n} EX_i$$

$$E\coprod_{i=1}^{n} X_i \leq \coprod_{i=1}^{n} EX_i$$

(Fortsettes side 3.)

b) Hvordan har en på grunnlag av disse relasjonene reist ankepunkter mot bruken av pålitelighetsteori i Kjernekraftutvalgets innstilling?

c) La $X_1, \ldots, X_n$ være de uavhengige komponenttilstander til en monoton struktur ϕ med komponentpåliteligheter $p_1, \ldots, p_n$. Vis at:

$$\prod_{j=1}^{k} \coprod_{i \in K_j} p_i \leq P[\phi(\boldsymbol{X}) = 1] \leq \coprod_{j=1}^{p} \prod_{i \in P_j} p_i$$

SLUTT