UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

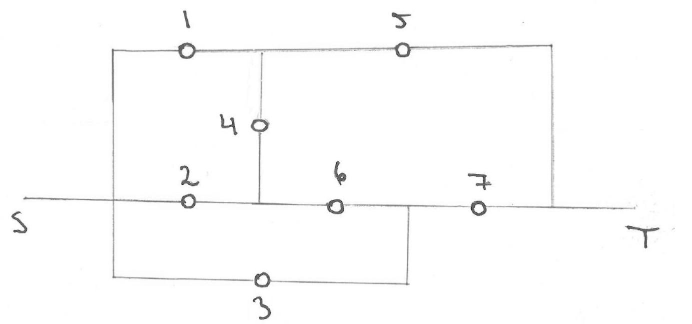
Eksamen i	STK2400 — Elementær innføring i risiko- og pålitelighetsanalyse.
Eksamensdag:	Torsdag 3. desember 2009.
Tid for eksamen:	14.30 – 17.30.
Oppgavesettet er på 2 sider.	
Vedlegg:	Ingen.
Tillatte hjelpemidler:	Godkjent kalkulator.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Alle* 10 *underpunkter vektlegges likt ved sensuren.

Oppgave 1

Betrakt følgende flytnettverk av uavhengige komponenttilstander.



a) Finn systemets minimale sti- og kuttmengder.

b) Hvor mange ledd får vi i beste fall (før vi trekker sammen) ved å bruke utmultipliseringsmetoden for å beregne påliteligheten til dette systemet?
Begrunn svaret. Sammenlign med metoden basert på total tilstands oppramsing.

c) Beregn påliteligheten til dette systemet uttrykt ved komponentpålitelighetene $p_1, \ldots, p_7$.

d) Hva blir den pålitelighetsmessige betydning av 4. komponent hvis en bruker Birnbaummålet?

e) Hva blir den tilsvarende strukturelle betydning av 4. komponent? Vis dette på 2 måter.

(Fortsettes på side 2.)

Oppgave 2

I denne oppgaven kan en basere seg på at hvis $X_1, \ldots, X_n$ er assosierte, binære, tilfeldige variable, så er

$$E \prod_{i=1}^{n} X_i \geq \prod_{i=1}^{n} EX_i$$
$$E \coprod_{i=1}^{n} X_i \leq \coprod_{i=1}^{n} EX_i$$

a) Vis at uavhengige tilfeldige variable er assosierte.

b) La $X_1, \ldots, X_n$ være de assosierte komponenttilstander til en monoton struktur ϕ med komponentpåliteligheter $p_1, \ldots, p_n$. Vis at

$$\prod_{i=1}^{n} p_i \leq P[\phi(\boldsymbol{X}) = 1] \leq \coprod_{i=1}^{n} p_i$$

c) La videre ϕ ha minimale stiseriestrukterer $\rho_j\left(\boldsymbol{X}^{P_j}\right) = \prod_{i \in P_j} X_i$, $j = 1, \ldots, p$ og minimale kuttparallellstrukturer $\kappa_j\left(\boldsymbol{X}^{K_j}\right) = \coprod_{i \in K_j} X_i$, $j = 1, \ldots, k$. Vis at

$$\prod_{j=1}^{k} P\big(\kappa_j\left(\boldsymbol{X}^{K_j}\right) = 1\big) \leq P[\phi(\boldsymbol{X}) = 1] \leq \coprod_{j=1}^{p} P\big(\rho_j\left(\boldsymbol{X}^{P_j}\right) = 1\big)$$

Hvilken innvending kan det reises mot disse grensene?

d) Anta i tillegg at $X_1, \ldots, X_n$ er uavhengige. Vis at

$$\prod_{j=1}^{k} \coprod_{i \in K_j} p_i \leq P[\phi(\boldsymbol{X}) = 1] \leq \coprod_{j=1}^{p} \prod_{i \in P_j} p_i$$

e) Vis at for et bestemt k-av-n system med $p_i = p, i = 1, \ldots, n$ at den nedre grensen i d) kan være dårligere enn den nedre grensen i b).

SLUTT