

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

- Eksamen i: STK2400 — Elementær innføring i risiko- og pålitelighetsanalyse.
- Eksamensdag: Mandag 9. desember 2013.
- Tid for eksamen: 14.30 – 18.30.
- Oppgavesettet er på 3 sider.
- Vedlegg: Ingen.
- Tillatte hjelpemidler: Godkjent kalkulator.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Alle 12 underpunkter vektlegges likt ved sensuren.

LØSNING

Oppgave 1.

- a) Minimale stimengder:

$$\{1, 6\}, \{1, 3, 4, 5, 7\}, \{2, 7\}, \{2, 5, 4, 3, 6\}$$

- Minimale kuttmengder:

$$\{1, 2\}, \{1, 3, 7\}, \{1, 4, 7\}, \{1, 5, 7\}, \{6, 7\}, \{2, 3, 6\}, \\ \{2, 4, 6\}, \{2, 5, 6\}$$

- b) Ved å basere oss på de minimale stier får vi i beste fall (før vi trekker sammen) $2^4 - 1 = 15$ ledd ved å bruke utmultipliseringsmetoden. Ved total tilstandsoppramsing får vi $2^7 - 1 = 127$ ledd.

(Fortsettes side 2.)

- c) Ved å pivotere mhp. broen bestående av seriekoblingen av komponentene 3, 4 og 5, får vi

$$h(\mathbf{p}) = p_3 p_4 p_5 (p_1 + p_2 - p_1 p_2) (p_6 + p_7 - p_6 p_7) + (1 - p_3 p_4 p_5) (p_1 p_6 + p_2 p_7 - p_1 p_6 p_2 p_7)$$

- d)

$$\begin{aligned} I_B^{(4)} &= \partial h(\mathbf{p}) / \partial p_4 = p_3 p_5 (p_1 + p_2 - p_1 p_2) (p_6 + p_7 - p_6 p_7) \\ &\quad - p_3 p_5 (p_1 p_6 + p_2 p_7 - p_1 p_6 p_2 p_7) \\ &= p_3 p_5 [(p_1 + p_2 - p_1 p_2) (p_6 + p_7 - p_6 p_7) - (p_1 p_6 + p_2 p_7 - p_1 p_6 p_2 p_7)] \end{aligned}$$

- e) Ved å sette inn $p_i = 1/2$ for $i = 1, 2, 3, 5, 6, 7$ i $I_B^{(4)}$ får vi:

$$\begin{aligned} J_B^{(4)} &= (1/2)(1/2)[(1/2 + 1/2 - 1/4)^2 - (1/4 + 1/4 - 1/16)] \\ &= (1/4)[9/16 - 7/16] = 2/64 = 1/32 \end{aligned}$$

Alternativt er:

$$J_B^{(4)} = \text{antall kritiske stimengder for 4. komponent} / (2^{7-1})$$

Siden vi har følgende 2 kritiske stimengder for 4. komponent, stemmer svaret over:

$$\{1, 3, 4, 5, 7\}, \{2, 5, 4, 3, 6\}$$

- f)

$$\begin{aligned} I_B^{(1)} &= \partial h(\mathbf{p}) / \partial p_1 = p_3 p_4 p_5 (1 - p_2) (p_6 + p_7 - p_6 p_7) \\ &\quad + (1 - p_3 p_4 p_5) (p_6 - p_6 p_2 p_7) \end{aligned}$$

$$J_B^{(1)} = (1/8)(1/2)(3/4) + (7/8)(1/2 - 1/8) = (3 + 21)/64 = 24/64 = 3/8$$

- g) Pga. symmetrien har vi:

$$J_B^{(1)} = J_B^{(2)} = J_B^{(6)} = J_B^{(7)} = 3/8 = 12/32 > 1/32 = J_B^{(3)} = J_B^{(4)} = J_B^{(5)}$$

Vi ser at komponentene i broen har langt mindre strukturelle betydning enn resten av komponentene.

(Fortsettes side 3.)

Oppgave 2.

- a) Se bevis av Teorem 3.5.4 i Natvig (1998).
- b) Se bevis av Teorem 3.6.4 i Natvig (1998).
- c) Se bevis av Teorem 3.6.7 i Natvig (1998). Grensene er ikke eksplisitte.
- d) Se bevis av Korollar 3.6.8 i Natvig (1998).
- e) Betrakt et 3-av-4 system med $p_i = p$, $i = 1, 2, 3, 4$. Da er:

$$\prod_{j=1}^k \prod_{i \in K_j} p_i = \prod_{j=1}^6 (p + p - p^2) = p^6(2 - p)^6$$

Skal vise at:

$$p^6(2 - p)^6 < p^4 \Leftrightarrow p^2(2 - p)^6 < 1$$

Velg $p = 1/10$.

$$(1/10)^2(2 - 1/10)^6 < 2^6/10^2 = 64/100 < 1$$

Dermed har vi et moteksempel.

SLUTT