Oppgave 1
a) $\mathrm{sd}(\mathcal{X})/E(\mathcal{X}) = \sqrt{J}\mathrm{sd}(X_1)/(JE(X_1))$

b) Innfører $\xi(\omega) = E(X_1|\omega)$ og $\sigma(\omega) = \mathrm{sd}(X_1|\omega)$ slik at $E(\mathcal{X}) = J\xi(\omega)$ og $\mathrm{var}(\mathcal{X}|\omega) = J\sigma^2(\omega)$. Dermed blir $E(\mathcal{X}) = E\{\xi(\omega)\}$ og $\mathrm{var}(\mathcal{X}) = JE\{\sigma^2(\omega)\} + J^2\mathrm{var}(\xi(\omega)\}$ og $\mathrm{sd}(\mathcal{X})/E(\mathcal{X})$ konvergerer mot forholdstallet $\mathrm{sd}\{\xi(\omega)\}/E\{\xi(\omega)\}$.

c) $F^{-1}(u) = \beta \log\{(1 + u/\alpha)/(1 - u)\}$ som definerer tekningsmetoden.

d) I R blir kommandoene

```
X=rep(0,m)
N=rpois(m,λ)
for ( i in 1:m){
U=runif([N[i])
Z=β*log((1+U/α)/(1-U))
X[i]=sum(Z)}
```

e) Reservene er 37.35 og 43.65.

f) Siste kommando i d) blir nå

```
X[i]=sum(pmin(pmax(Z-a,0),b))}
```

g) Ren premie er 3.93 og reservene for re-forsikrer 9.33 og 12.57.

Oppgave 2
a) $\pi_{l_0} = \sum_{k=l_r-l_0}^{\infty} d^k {}_kp_{l_0} s$ der $d = 1/(1 + r)$

b) $\pi_{l_0} = \sum_{k=0}^{\infty} d^k {}_kp_{l_0} s$

c) Høyere pensjonslader må gi lavere engangspremie og høyere renter gir lavere kurver.

d) Nåverdi bidrag er $\sum_{k=0}^{l_r-l_0-1} d^k {}_kp_{l_0}\zeta$

e) Ekvivalenspremien er $\pi_{l_r}/\sum_{k=0}^{l_r-l_0-1} d^k {}_kp_{l_0}$

f) $\sum_l N_l\pi_l$

Oppgave 3
a)$R_{0:K} = (1 + R_1)\cdots(1 + R_K) - 1$

b) $R_1, \ldots, R_K$ er uavhengige og log-normal fordelte slik at $R_k = e^{\xi+\sigma\varepsilon_k} - 1$. Her er $\varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_K$ uavhengige og $N(0, 1)$.

c))Log-normal fordeling med stokastisk representasjon $R_{0:K} = e^{K\xi+\sqrt{K}\sigma\varepsilon} - 1$ der $\varepsilon \sim N(0, 1)$.

d) R-program

```
σ_x=σ/sqrt(1-a**2)
RK=rep(1,m)
X=rep(log(r_0/ξ)+σ_x**2/2),m)
for (k in 1:K){
X=a*X+σ*rnorm(m)
RK=RK*(1+exp(-σ_x**2/2+X))}
```

e)$E(r_k|r_0) = e^{-\frac{1}{2}\sigma^2/(1-a^2)+E(X_k|x_0)+\mathrm{var}(X_k|x_0)/2}$ som gir de oppgitte uttrykkene ved å sette inn for $E(X_k|x_0)$ og $\mathrm{var}(X_k|x_0)/2$. Standardavviket beregnes ved å multiplisere $E(r_k|r_0)$ med $\sqrt{e^{\mathrm{var}(X_k|x_0)} - 1}$.

f) Følger av at $|a < 1$.