

Oppgave 1

**Diversifiseringseffekt:
Finansiell risiko vs. demografisk risiko**

Valgte parametre

Portefølje med 10 % aksjer og 90 % obligasjoner som oppfører seg i hht standard antagelser om finansmarkedet.

```
In[104]:= x = 50;  
k = 17;  
 $\mu = 0.055$ ;  
 $\sigma = 0.056$ ;  
(* Deterministisk:  $\sigma = 0.0$ ; *)  
 $\beta = 0.0000202$ ;  
c = 1.1015;  
n = 20;
```

```
In[111]:= m = 100000;
```

Funksjon for simulert levetid

Vi antar α i Gompertz Makeham intensiteten er lik 0 for å få et enkelt analytisk uttrykk for den simulerte gjenstående levetiden.

```
In[112]:= simulertTx = Compile[{{β0, _Real}, {c0, _Real}, {x, _Real}, {u, _Real, 1}},  $\frac{\text{Log}\left[1 - \frac{\text{Log}[c0] \text{Log}[u]}{\beta0 c0^x}\right]}{\text{Log}[c0]}$ ];
```

Simulerte levetider

m simuleringer for hver bestand av n forsikrede.

Initierer simPV, som er simulert kontantverdi, "Present Value" (PV)

```
In[113]:= Timing[simTx = Table[simulertTx[ $\beta$ , c, x, Table[Random[], {m}]], {n}];][[1]]
```

```
Out[113]= 1.262 Second
```

Simulering av N(0,1)-variable

Simulerer N(0,1)-variable i en vektor med lengde $m(\omega - x)$, der ω er nærmeste heltall mindre eller lik høyeste simulerte gjenstående levetid.

```
In[114]:= Needs["Statistics`ContinuousDistributions`"]
```

```
In[115]:=  $\omega = \text{Floor}[\text{Max}[\text{simTx}]]$ 
```

```
Out[115]= 64
```

```
In[116]:= Timing[simZ = RandomArray[NormalDistribution[0, 1], m  $\omega$ ];][[1]]
```

```
Out[116]= 6.31 Second
```

Simulerte årlige diskonteringsrenter

Deler opp vektoren Z av lengde $m(\omega - x)$ i en $m \times (\omega - x)$ – matrise og årlige diskonteringsfaktorer basert på hver verdi.

```
In[117]:= Timing[simvÅrlig = Partition[e- $\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) - \sigma \text{simZ}$ ],  $\omega$ ];][1]
```

```
Out[117]= 1.532 Second
```

Verdi av en enhet utbetalt om t år

Bestemmer v_t rekursivt vha de årlige diskonteringsfaktorene.

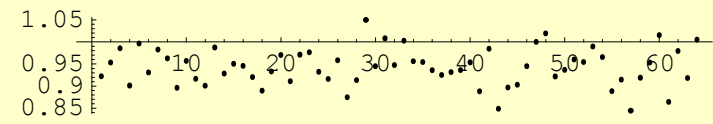
```
In[118]:= folder = Compile[{{matrise, _Real, 1}}, Delete[FoldList[#2 #1 &, 1, matrise], 1]];
```

```
In[119]:= Timing[simvt = Table[folder[simvÅrlig[[i]], {i, m}]]][[1]]
```

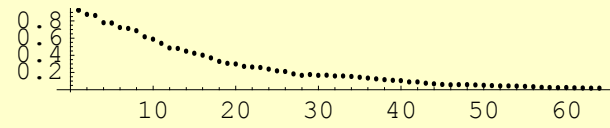
```
Out[119]= 4.156 Second
```

Grafisk: Først simulerte realisasjon

```
In[120]:= ListPlot[simvÅrlig[[1]], AspectRatio -> .15];
```



```
In[121]:= ListPlot[simvt[[1]], AspectRatio -> .15];
```



PV av simulerte betalingsstrømmer for én forsikret

simPV er simulert kontantverdi, "Present Value" (PV)

```
In[122]:= simPV = Table[0, {n}, {m}];
```

```
In[123]:= For[i = 1, i ≤ m, simPV[[1, i]] = If[simTx[[1, i]] < k, 0, Plus @@ simvt[[i, Range[k, IntegerPart[simTx[[1, i]]]]]]; i++];
```

PV av simulerte betalingsstrømmer akkumulert for mellom 2 og n forsikrete

Legger til PV for en forsikret til, og så enda en osv. ...

```
In[124]:= summer = Compile[{{matrise, _Real, 1}}, Plus@@matrise];
```

```
In[125]:= Timing[Do[For[i = 1, i ≤ m, simPV[[1, i]] =
    simPV[[1 - 1, i]] + If[simTx[[1, i]] < k, 0, summer[simvt[[i, Range[k, IntegerPart[simTx[[1, i]]]]]]]; i++], {1, 2, n}];][1]
```

```
Out[125]= 96.449 Second
```

Hjelpesfunksjoner

```
In[126]:= << "Graphics`Graphics`"  
<< "Statistics`DescriptiveStatistics`"
```

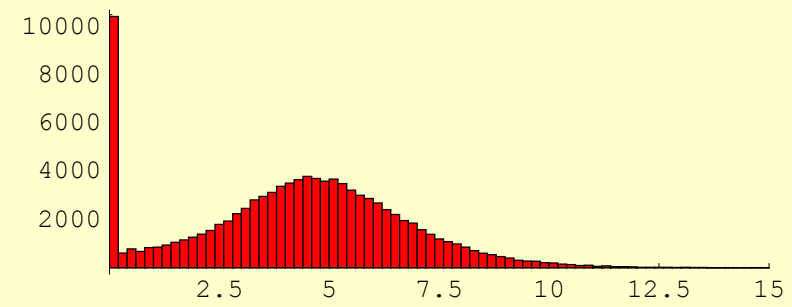
```
In[128]:= hRange = {0, Max[simPV[[1]]]};
```

```
In[129]:= mittHistogram[antall_] := Histogram[ $\frac{\text{simPV}[\text{antall}]}{\text{antall}}$ , HistogramRange → hRange,  
    AspectRatio → .4, DisplayFunction → Identity, HistogramCategories → Table[i / 5, {i, 0, 75}]]];  
valgteAntall = Range[n];
```

Simulert sannsynlighetstetthet: Diversifiseringseffekt

```
In[131]:= h1 = (mittHistogram[#1] &) /@ valgteAntall;
```

```
In[71]:= Show[h1[[1]], DisplayFunction -> $DisplayFunction];
```



Asymptotisk fordeling (demografisk utvikling lik forventning):

```
In[132]:= p[{b_, c_}, y_, u_] := e- $\frac{b c^y (c^u - 1)}{\text{Log}[c]}$ ;
```

```
In[133]:= tpx = p[{β, c}, x, Range[k, ω]];
```

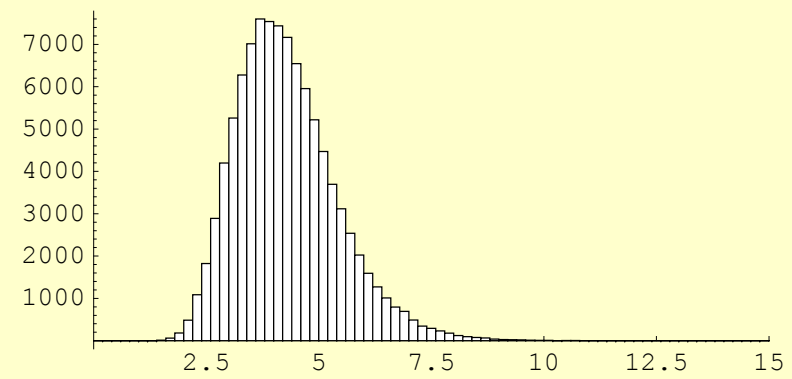
```
In[134]:= Timing[asymPV = Table[simvt[[i, Range[k, ω]].tpx, {i, m}]]][[1]]
```

```
Out[134]= 1.613 Second
```

```
In[135]:= std0 = StandardDeviation[asymPV];
```

Asymptotisk fordeling

```
In[136]:= h2 = Histogram[asymPV, BarStyle -> RGBColor[1, 1, 1],  
HistogramRange -> hRange, AspectRatio -> .5, HistogramCategories -> Table[ $\frac{i}{5}$ , {i, 0, 75}]];
```



Lager animering som viser pdf

```

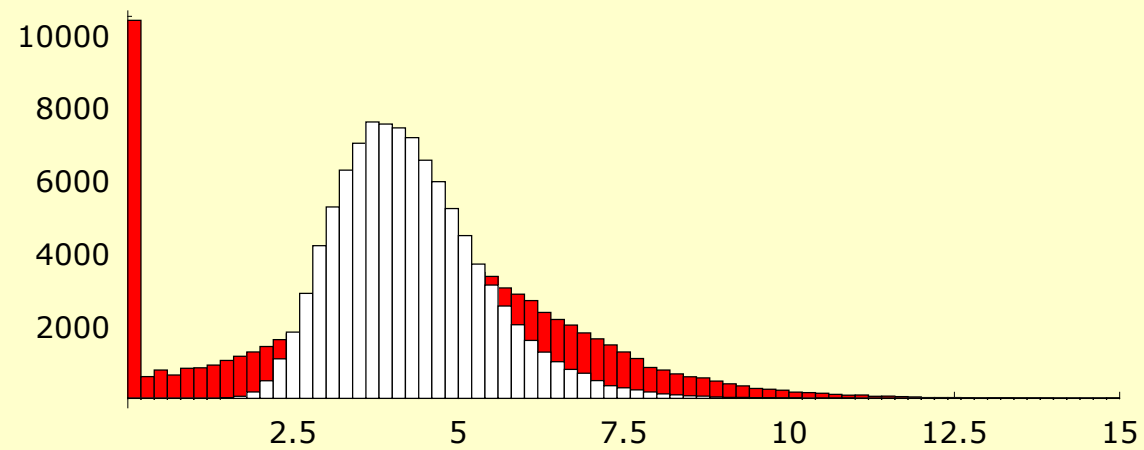
In[137]:= h3 := (Show[h1[[#1]], h2, DisplayFunction -> $DisplayFunction, PlotLabel -> TableForm[
    {#1,  $\frac{\text{StandardDeviation}[\frac{\text{simPV}[\#1]}{\#1}]}{\text{std0}}$ }, TableHeadings -> {"Antall forsikrete", "Forhold standardavvik"}, None],
    DefaultFont -> {"Verdana", 11}, ImageSize -> 500] &) /@ valgteAntall;

```

Rask konvergens mot asymptotisk fordeling!

In[138]:= `h4 = h3 ;`

Antall forsikrete 1
Forhold standardavvik 2.18328



Skriver grafikk til filer

```
In[2]:= SetDirectory["p:STK4500/Oppgaver/Oppgave 1/"];
```

```
In[83]:= Do[Display["Bilder/" <> ToString[i] <> ".gif", h4[[i]], "GIF"], {i, 20}]
```

Disse grafikkfilene brukes i oppgave 1 på websiden med

[java applets for STK 4500](#)