

5 Årlig avkastning

Vi skal i denne oppgaven ta for oss to modeller for daglige log-avkastninger og studere hvordan de slår ut på årlige avkastninger. S_t er verdi av et aktivum på dag t og de to modellene er som følger:

- GBM:

$$\begin{aligned}\frac{S_{t+1}}{S_t} &= \exp(\nu + \sigma_0 \cdot Z_t), Z_1, Z_2 \dots u.i.d. \sim N(0, 1) \\ \nu &= \left(\mu - \frac{\sigma_0^2}{2} \right)\end{aligned}$$

- GARCH(1,1):

$$\begin{aligned}\frac{S_{t+1}}{S_t} &= \exp(\nu + \sigma_t \cdot Z_t), Z_1, Z_2 \dots u.i.d. \sim N(0, 1) \\ \sigma_0 &= \sqrt{\frac{\theta_0}{1 - (\theta_1 + \theta_2)}} \\ \sigma_{t+1} &= \sqrt{\theta_0 + \theta_1 \cdot (\sigma_t \cdot Z_t)^2 + \theta_2 \cdot \sigma_t^2}\end{aligned}$$

I GBM-modellen får et eksplisitt uttrykk for sannsynlighetsfordelingen til S_t gitt ved

$$S_t \sim \log N(\nu \cdot t, \sigma_0 \cdot \sqrt{t}), t \in \{1, 2, 3, \dots\}$$

Vi antar det er 250 dager på ett år. Vi bruker samme parametere som foreslått i oppgave 3 og

$$\begin{aligned}S_0 &= 1 \\ \nu &= 0\end{aligned}$$

Vi ønsker å finne ut om det er vesentlige forskjeller i sannsynlighetsfordelingene til S_{250} i de to modellene, som rettferdiggjør bruk av den mer kompliserte GARCH(1,1)-modellen. Sammenlikn og diskuter forskjellene ved å ta utgangspunkt i følgende egenskaper:

- Graf som viser sannsynlighetstettheten
- Forventning
- Varians
- Skjevhet
- Haletyngde