4 GARCH

GARCH(1,1) er gitt av

$$\begin{aligned}\frac{S_{t+1}}{S_t} &= \exp\left(\mu + \sigma_t \cdot Z_t\right)\ , Z_t \sim N(0,1) \\ \sigma_{t+1} &= \sqrt{\theta_0 + \theta_1 \cdot (\sigma_t \cdot Z_t)^2 + \theta_2 \cdot \sigma_t^2}\end{aligned}$$

Vis at variansen i i GARCH(1,1)-modellen har egenskapene

$$\begin{aligned}E(\sigma_t^2 \mid \sigma_0^2) &= \theta_0 \cdot \left(\frac{1-(\theta_1+\theta_2)^t}{1-(\theta_1+\theta_2)}\right) + (\theta_1+\theta_2)^t \cdot \sigma_0^2 \\ \lim_{t\to\infty} E(\sigma_t^2 \mid \sigma_0^2) &= \frac{\theta_0}{1-(\theta_1+\theta_2)}\end{aligned}$$

Prøv forskjellige parametere og finn frem til rimlige parametere som gir tydlige volitilitetsansamlinger i perioder på opptil 250 verdier etter hverandre av de stokastiske variabelene

$$\frac{S_{t+1}}{S_t}\ , t \in \{1,2,3,...,5000\}$$

når vi starter med

$$\sigma_0 = k \cdot \sqrt{\frac{\theta_0}{1-(\theta_1+\theta_2)}}$$

En mulig fremgangsmåte kan være å lage plott av

- log-avkastningene

$$\log\left(\frac{S_{t+1}}{S_t}\right)\ , t \in \{1,2,3,...,5000\}$$

- volatilitetene

$$\sigma_t\ , t \in \{1,2,3,...,5000\}$$

- og av "hukommelsen"

$$E(\sigma_t^2 \mid \sigma_0^2)\ , t \in \{1,2,3,...,250\}$$

Et utgangspunkt kan være parameterene

$$\begin{aligned}\mu &= 0 \\ \theta_0 &= 0.000002 \\ \theta_1 &= 0.09 \\ \theta_2 &= 0.89 \\ k &= 3\end{aligned}$$