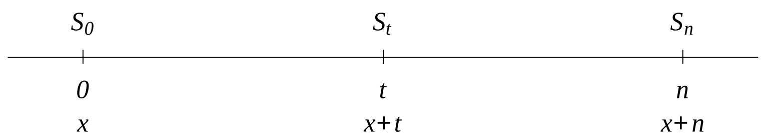
6 Premieutvikling

I denne oppgaven skal vi se på en ytelsesbasert pensjonsordning med 'fortløpende oppdatering av ytelsesnivå'.



Første premie betales inn på tid 0 og er lik

$$\frac{1}{n} \cdot S_o \cdot {}_{n|}\ddot{a}_x$$

På enhver tid $t \in \{1, 2, ..., n-1\}$ er premien for økt pensjonsopptjening lik:

$$\left(\frac{t+1}{n} \cdot S_t - \frac{t}{n} \cdot S_{t-1}\right) \cdot {}_{n-t|}\ddot{a}_{x+t} = \underbrace{\frac{1}{n} \cdot S_t \cdot {}_{n-t|}\ddot{a}_{x+t}}_{\text{opptjeningspremie}} + \underbrace{\frac{t}{n} \cdot (S_t - S_{t-1}) \cdot {}_{n-t|}\ddot{a}_{x+t}}_{\text{hopp-premie/etterslepspremie}}$$

Vi har en bestand av N $x-$åringer. Ytelsen på tid t er $S_t = 0.2 \cdot L_t$, der L_t er faktisk lønn. Vi antar alle i bestanden har identisk lønn og identisk lønnsutvikling. Dynamikken i lønnsutviklingen antas å følge en stokastisk prosess

$$L_t = (1 + \lambda) \cdot L_{t-1} + \theta \cdot \delta_t \cdot L_{t-1} \;, \delta_1, \delta_2 ... \delta_n \; u.i.d. \sim N(0, 1)$$

For de konkrete beregninger kan vi sette $N = 1$, siden denne størrelsen kun bidrar som skaleringsfaktor.

- Lag et simuleringsprogram som viser projisering av mulige baner for fremtidig premieutvikling, dekomponert på 'opptjeningspremie' og 'hopp-premie', forutsatt at faktisk dødlighetsforløp er lik det forventete. Grunnlagsrenten har notasjon i. Som 'defaultverdier' for parameterene bruker vi dødlighetsforutsetningene fra oppgave 1 og

$$\begin{aligned} i &= 0.03 \\ \lambda &= 0.03 \\ \theta &= 0.015 \\ x &= 30 \\ n &= 35 \\ L_0 &= 500000 \end{aligned}$$

  Sammenlikn med det deterministiske spesialtilfellet hvor $\theta = 0$.

Anta at vi har stokastisk avkastning (LN) og at faktisk innbetaling på tid t er akkurat så stor som skal til for å oppnå full dekning for premiereserven. Den nødvendige premiereserven for bestanden på tid t er

$$V_t = \frac{t+1}{n} \cdot S_t \cdot {}_{n-t|}\ddot{a}_{x+t} \cdot \underbrace{N \cdot {}_t p_x}_{\text{antall}}$$

mens den faktiske utvikling av premiereserven fra tid t til tid $t+1$ er slik at 'forsikringsfondet' på tid $t+1$ (rett før ny innbetaling) er lik

$$V_t \cdot (\underbrace{1 + r_{t+1}}_{\text{avkastning}}) \tag{1}$$

der avkastningen fra tid t til tid $t+1$ er gitt av den stokastiske prosessen

$$\begin{aligned} 1 + r_t &= \exp\left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) + \sigma \cdot \varepsilon_t\right) \ , \varepsilon_1, \varepsilon_2 ... \varepsilon_n \ u.i.d. \sim N(0,1) \qquad (2) \\ \mu &= 0.055 \\ \sigma &= 0.056 \end{aligned}$$

- Illustrer mulige baner for faktisk nødvendig innbetaling og sammenlikn med de projiserte baner fremtidig premieutvikling.