

## Oppgave 8x

I denne oppgaven ser vi på løpende pensjonsutbetaling. Ved nådd pensjonsalder  $x + n$  er det akkumulert en premiereserve  $V_n$  (som kan være bestemt enten ved en ytelsesbasert eller enn innskuddsbasert pensjonsplan). Pensjonen skal utbetales kontinuerlig over  $m$  år, og skal være uten dødelighetsarv, dvs. at for en person som dør i alder  $x + n + t$  ( $t \leq m$ ) skal premiereserven på dødsfallstidspunktet  $V_{n+t}$  utbetales til personens etterlatte (i motsetning til å bli fordelt blant gjenværende alderspensjonister i forsikringskollektivet som personen tilhører).

Pensjonsytelse og premiereserve i alder  $x + n + t$  ( $t \leq m$ ), hhv.  $S_{n+t}$  og  $V_{n+t}$ , skal bestemmes ut fra følgende dynamikk:

- Premiereserven godskrives fortløpende med avkastning som oppnås i finansmarkedet, som vi betegner med en avkastningsintensitet  $\delta_{n+t}$  på tid  $n + t$ , og belastes med løpende pensjonsutbetaling
- Pensjonsytelsen beregnes til enhver tid som premiereserven dividert med gjenstående utbetalingsperiode, dvs.  $S_{n+t} = \frac{V_{n+t}}{m-t}$ .

Vis at:

- $\frac{d}{dt} S_{n+t} = \delta_{n+t} \cdot S_{n+t}$
- $S_{n+t} = S_n \cdot e^{\int_0^t \delta_{n+r} dr}$
- $V_{n+t} = \frac{m-t}{m} \cdot V_n \cdot e^{\int_0^t \delta_{n+r} dr}$