3 PDF premiereserve

I modellen i Oppgave 1 viste vi at dersom vi tar hensyn til både finansiell og demografisk usikkerhet, vil den demografiske usikkerheten fort drukne i den totale usikkerheten, når antall forsikrete øker. På bakgrunn av denne erfaringen vil vi i denne oppgaven se bort fra den demografiske usikkerheten.

Vi har en betalingsstrøm $\{G_t,\ t \in [0,T]\}$ som vi oppfatter som deterministisk og er gitt i filen 'betalingsstrom.txt'. Kontantverdi av denne betalingsstrømmen som funksjon av det finansielle forløpet er

$$K(v_1, v_2, v_3, ...) = \sum_{t=k}^{T} v_t \cdot G_t$$

I oppgave 1, hvor vi tok for oss en livrente, var $G_t = {}_t p_x$, men denne størrelsen kan også omfatte uførepensjon og etterlattepensjon. I vårt tilfelle er betalingsstrømmen slik at

$$K(v_1, v_2, v_3, ... \mid v_1 = v_2 = v_3 = ... = v) = \sum_{t=k}^{\infty} v^t \cdot G_t$$

, der v er en konstant, blir premiereserven i en pensjonsordning.

Ved Monte Carlo simulering skal du finne en tilnærmet sannsynlighetsfordeling for $K(v_1, v_2, v_3, ...)$ under 2 forskjellige modeller for v_t:

- Normalfordelte log-avkastninger

$$\frac{v_{t+1}}{v_t} = \exp\left(-\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) - \sigma \cdot Z_t\right) \ , Z_1, Z_2, ...u.i.d. \sim N(0,1)$$

- Log-avkastninger med t-fordelte 'støyledd' med f frihetsgrader og samme varians som de normalfordelte log-avkastningene

$$\frac{v_{t+1}}{v_t} = \exp\left(-\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) - \sigma \cdot \sqrt{\frac{f-2}{f}} \cdot Z_t\right) \ , Z_1, Z_2, ...u.i.d. \sim t(f)$$

I tillegg til å finne de to sannsynlighetsfordelingene, skal du finne ut hvilke kvantiler i sannsynlighetsfordelingen $K(v_1, v_2, v_3, ... \mid v_1 = v_2 = v_3 = ... = v)$ svarer til når vi bruker parametere

$$\begin{aligned} T &= 80 \\ v &= \frac{1}{1.03} \\ \mu &= 0.055 \\ \sigma &= 0.056 \\ f &= 5 \end{aligned}$$