1 Value at Risk i praksis.

Vi tar utgangspunkt i et marked med tre investeringsalternativer (ingen risikofrie), karakterisert ved at periodens avkastning antas å være multinormalt fordelt med:

$$\mu = \begin{pmatrix} 0.06 \\ 0.08 \\ 0.11 \end{pmatrix}$$

og

$$V = \begin{pmatrix} 0.0025 & -0.002 & 0.003 \\ -0.002 & 0.01 & 0.01 \\ 0.003 & 0.01 & 0.04 \end{pmatrix}$$

Vi skal se på konstruksjon av VaR-porteføljer i dette markedet.

Det tas utgangspunkt investering av tilsammen en enhet i dette markedet ved begynnelsen av perioden. Som VaR-kriterium kreves det at sannsynligheten for å oppnå avkastning lik k eller lavere skal være lik α.

1.1

Vis at en Var-portefølje (x, y, z) må tilfredsstille:

$$\begin{aligned} x + y + z &= 1 \\ e(x, y, z) + \sigma(x, y, z) \cdot \lambda_\alpha &= k \end{aligned}$$

der

$$e(x, y, z) = 0.06 \cdot x + 0.08 \cdot y + 0.11 \cdot z$$

$$\sigma(x, y, z) = \sqrt{0.0025 \cdot x^2 - 0.004 \cdot x \cdot y + 0.01 \cdot y^2 + 0.006 \cdot x \cdot z + 0.02 \cdot y \cdot z + 0.04 \cdot z^2}$$

og λ_α er $\alpha-$fraktilen i $N(0, 1)$-fordelingen.

1.2

Lag en regnemaskinrutine som regner ut x og y i Var-porteføljen for gitt z.

1.3

I det følgende regner vi med $k = -0.10$ og $\alpha = 0.05$.

Regn ut en del Var-porteføljer når z varierer mellom 0 og 1.

1.4

Vi vil begrense oss til å se på porteføljer uten innslag av shortposisjoner. Vis ved hjelp av utregningen i foregående punkt at vi kommer frem til disse porteføljene ved å la z variere mellom 0.334 og 0.5167. Lag en grafisk illustrasjon av x og y som funksjon av z over dette området.

1.5

Regn ut $e(x, y, z)$ og $\sigma\,(x, y, z)$ for Var-porteføljer vi kommer frem til i foregående punkt, i det vi ser på et utvalg av 50 slike porteføljer som fremkommer når vi lar z variere (ekvidistant) mellom laveste og høyeste tillatte verdi. Regn også ut den betingede forventning av porteføljens avkastning, gitt at avkastningen er k eller lavere.

Oslo, 23. april 2003

Pål Lillevold