



Oppgave 1

Diversifiseringseffekt: Finansiell risiko vs. demografisk risiko

Valgte parametre

Portefølje med 10 % aksjer og 90 % obligasjoner som oppfører seg i hht standard antagelser om finansmarkedet.

```
In[60]:= x = 50;  
k = 17;  
 $\mu$  = 0.055;  
 $\sigma$  = 0.056;  
(* Deterministisk:  $\sigma$  = 0.0; *)  
 $\beta$  = 0.0000202;  
c = 1.1015;  
n = 20;
```

```
In[67]:= m = 100 000;
```

Funksjon for simulert levetid

Vi antar α i Gompertz Makeham intensiteten er lik 0 for å få et enkelt analytisk uttrykk for den simulerte gjenstående levetiden.

```
In[68]:= simulertTx = Compile[{{β0, _Real}, {c0, _Real}, {x, _Real}, {u, _Real, 1}}, 
$$\frac{\text{Log}\left[1 - \frac{\text{Log}[c0] \text{Log}[u]}{\beta0 c0^x}\right]}{\text{Log}[c0]}$$
];
```

Simulerte levetider

m simuleringer for hver bestand av n forsikrede.

Initierer simPV, som er simulert kontantverdi, "Present Value" (PV)

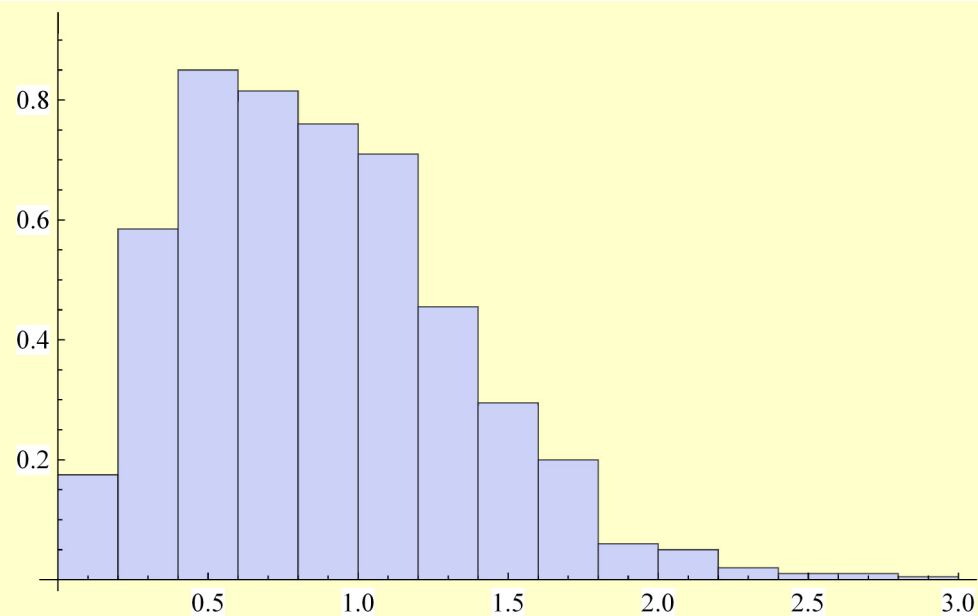
```
In[69]:= Timing[simTx = Table[simulertTx[ $\beta$ , c, x, Table[Random[], {m}]], {n}];][[1]]
```

```
Out[69]= 0.359
```

```
In[85]:= Timing[simHist = Histogram[RandomReal[WeibullDistribution[2, 1], 1000], Automatic, "ProbabilityDensity"]][[1]]  
simHist
```

```
Out[85]= 0.141
```

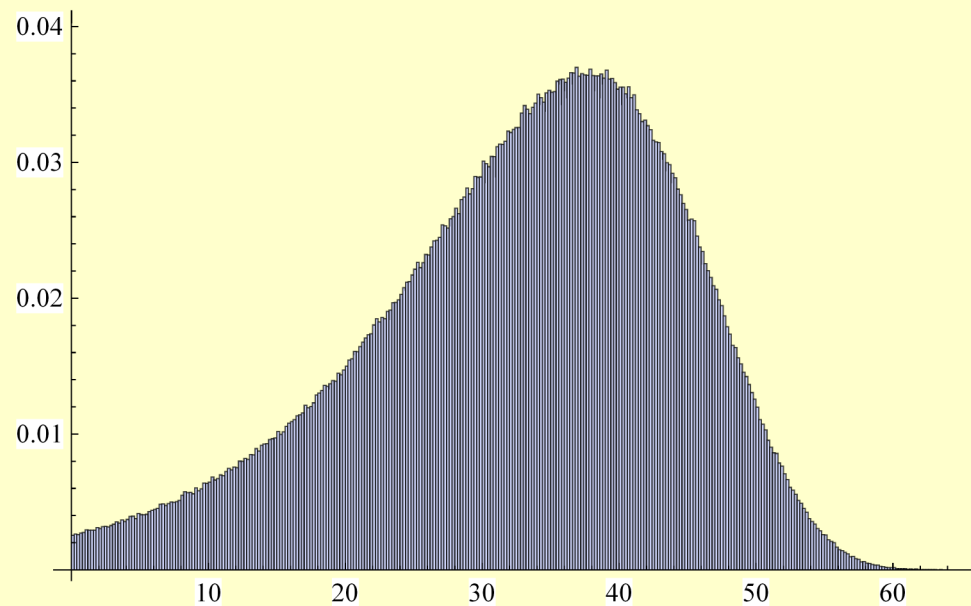
```
Out[86]=
```



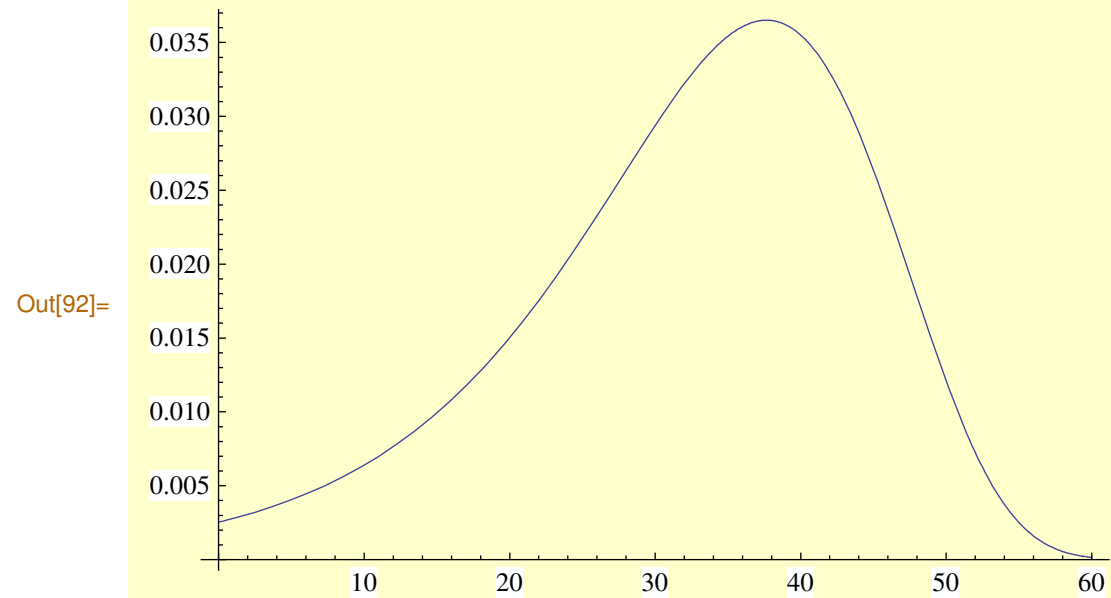
```
In[90]:= Timing[simulertLevetidsTetthetPlot = Histogram[Flatten[simTx], Automatic, "ProbabilityDensity"]][[1]]  
simulertLevetidsTetthetPlot
```

```
Out[90]= 48.033
```

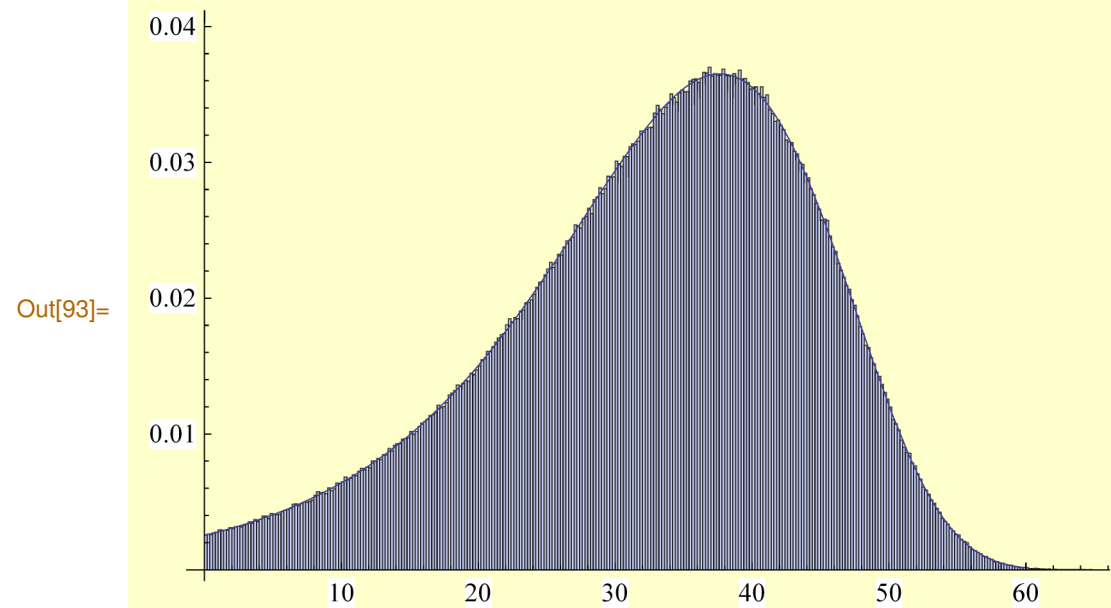
```
Out[91]=
```



```
In[92]:= levetidsTetthetPlot = Plot  $\left[ \beta c^{x+t} \text{Exp} \left[ -\frac{\beta c^x (c^t - 1)}{\text{Log}[c]} \right], \{t, 0, 60\} \right]$ 
```



```
In[93]:= Show[simulertLevetidsTetthetPlot, levetidsTetthetPlot]
```



Simulering av $N(0,1)$ -variable

Simulerer $N(0,1)$ -variable i en vektor med lengde $m\omega$, der ω er nærmeste heltall mindre eller lik høyeste simulerte gjenstående levetid.

```
In[27]:=  $\omega = \text{Floor}[\text{Max}[\text{simTx}]]$ 
```

```
Out[27]= 66
```

```
In[28]:=  $\text{Timing}[\text{simZ} = \text{RandomReal}[\text{NormalDistribution}[0, 1], m\omega];][[1]]$ 
```

```
Out[28]= 1.435
```

Simulerte årlige diskonteringsrenter

Deler opp vektoren simZ av lengde $m\omega$ i en $m \times \omega$ – matrise og årlige diskonteringsfaktorer basert på hver verdi.

```
In[29]:= Timing[simvÅrlig = Partition[e $-\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) \text{simZ}$ ,  $\omega$ ];] [[1]]
```

```
Out[29]= 0.499
```


Verdi av en enhet utbetalt om t år

Bestemmer v_t rekursivt vha de årlige diskonteringsfaktorene.

```
In[30]:= folder = Compile[{{matrise, _Real, 1}}, Delete[FoldList[#2 #1 &, 1, matrise], 1]];
```

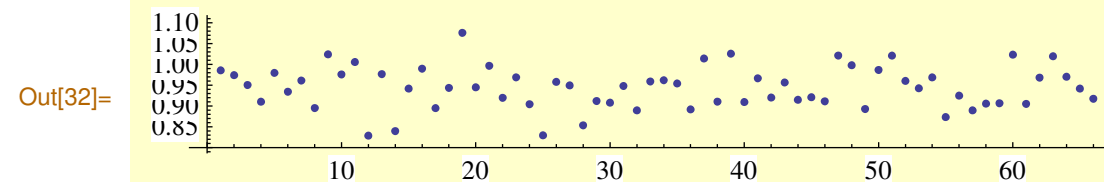
```
In[31]:= Timing[simvt = Table[folder[simvÅrlig[[i]], {i, m}];][[1]]
```

```
Out[31]= 1.638
```

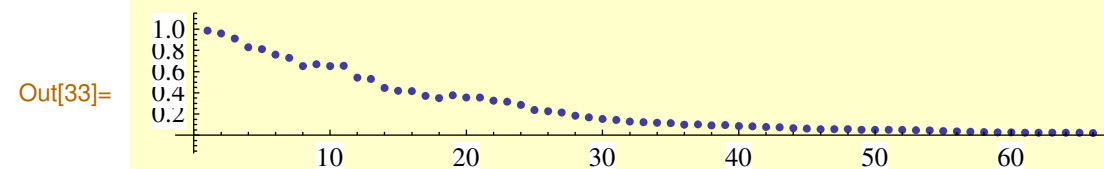


Grafisk: Først simulerte realisasjon

In[32]:= `ListPlot[simvÅrlig[[1]], AspectRatio -> .15]`



In[33]:= `ListPlot[simvt[[1]], AspectRatio -> .15]`





PV av simulerte betalingsstrømmer for én forsikret

simPV er simulert kontantverdi, "Present Value" (PV)

```
In[34]:= simPV = Table[0, {n}, {m}];
```

```
In[35]:= For[i = 1, i ≤ m, simPV[[1, i]] = If[simTx[[1, i]] < k, 0, Plus@@simvt[[i, Range[k, IntegerPart[simTx[[1, i]]]]]]; i
```



PV av simulerte betalingsstrømmer akkumulert for mellom 2 og n forsikrete

Legger til PV for en forsikret til, og så enda en osv. ...

```
In[36]:= summer = Compile[{{matrise, _Real, 1}}, Plus @@ matrise];
```

```
In[37]:= Timing[Do[For[i = 1, i ≤ m, simPV[[1, i]] = simPV[[1 - 1, i]] +  
    If[simTx[[1, i]] < k, 0, summer[simvt[[i, Range[k, IntegerPart[simTx[[1, i]]]]]]]; i++], {1, 2, n}];][1]
```

```
Out[37]= 37.549
```



Hjelpesfunksjoner

```
In[38]:= bins = {0, Ceiling[Max[simPV[[1]]], .5];
```

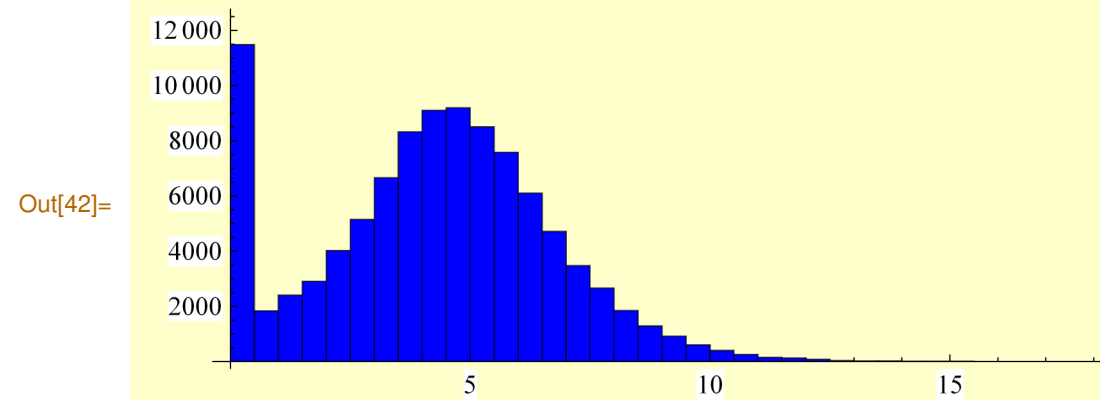
```
In[39]:= mittHistogram[antall_] := Histogram[ $\frac{\text{simPV}[\text{antall}]}{\text{antall}}$ , bins, ChartStyle → Blue, AspectRatio → .4, PlotRange →  
valgteAntall = Range[n];
```



Simulert sannsynlighetstetthet: Diversifiseringseffekt

```
In[41]:= h1 = (mittHistogram[#1] &) /@ valgteAntall;
```

```
In[42]:= Show[h1[[1]], DisplayFunction -> $DisplayFunction]
```





Asymptotisk fordeling (demografisk utvikling lik forventning):

```
In[43]:= p[{b_, c_}, y_, u_] := e- $\frac{b c^y (c^u - 1)}{\text{Log}[c]}$ ;
```

```
In[44]:= tpx = p[{β, c}, x, Range[k, ω]];
```

```
In[45]:= Timing[asymPV = Table[simvt[[i, Range[k, ω]].tpx, {i, m}];][[1]]
```

```
Out[45]= 0.624
```

```
In[46]:= std0 = StandardDeviation[asymPV];
```

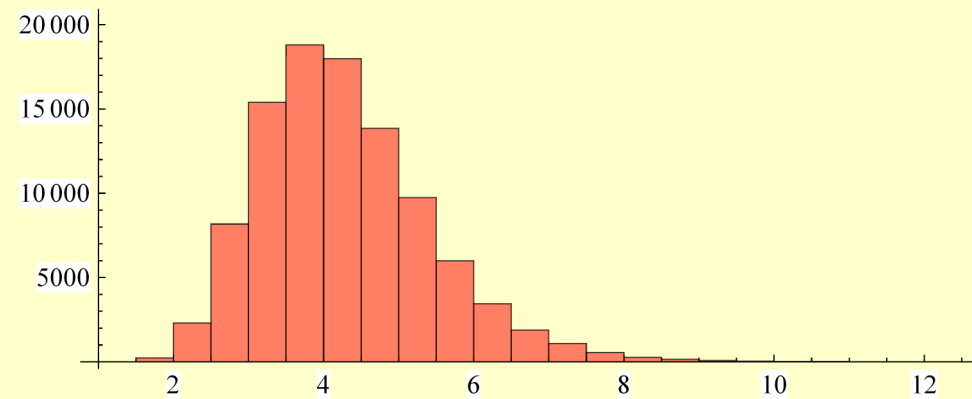


Asymptotisk fordeling

In[47]:=

```
h2 = Histogram[asymPV, bins, ChartStyle -> {FaceForm[{Red, Opacity[.5]}}], PlotRange -> All, AspectRatio -> .4
```

Out[47]=



Lager animering som viser pdf

```

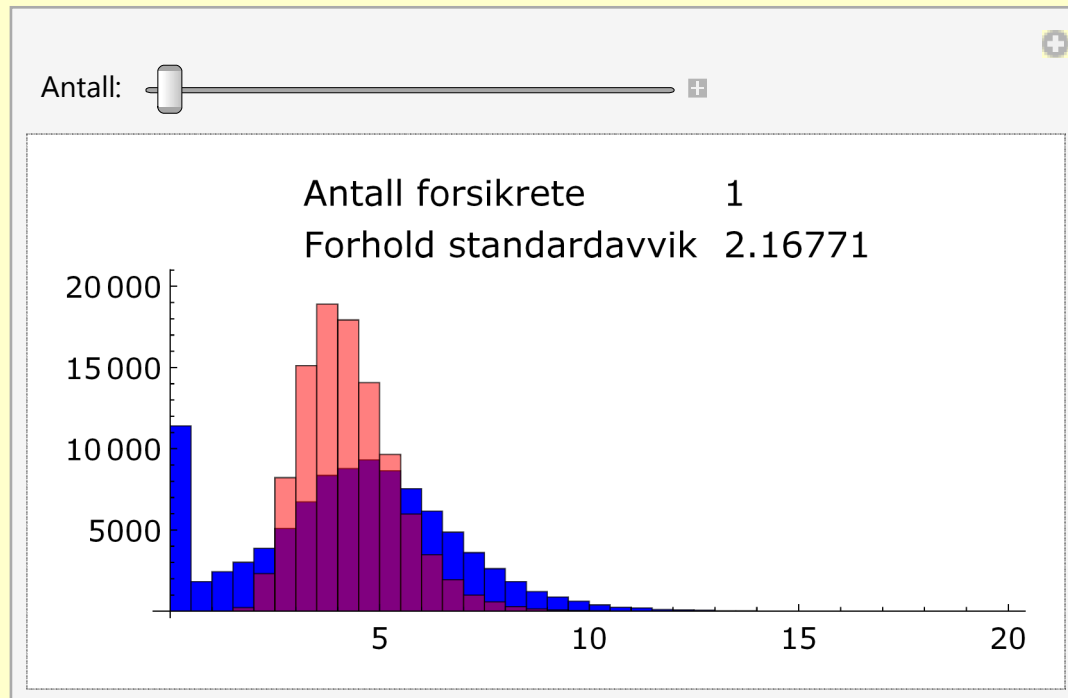
In[48]:= h3 = (
  Show[h1[[#1]], h2,
    PlotLabel -> TableForm[{{"Antall forsikrete", #1}, {"Forhold standardavvik",  $\frac{\text{StandardDeviation}[\text{simp}]}{\text{std0}}$ },
    BaseStyle -> {11, FontFamily -> "Verdana"}] & ] /@ valgteAntall;
  )

```

Rask konvergens mot asymptotisk fordeling!

In[49]:= `Manipulate[h3[[i]], {{i, 1, "Antall:"}, 1, n, 1}]`

Out[49]=





Skriver grafikk til filer

```
In[36]:= SetDirectory["p:STK4500/Oppgaver/Oppgave 1/"];
```

```
In[37]:= Do[Export["Bilder/" <> ToString[i] <> ".gif", h3[[i]], "GIF"], {i, 20}]
```

Disse grafikkfilene brukes i oppgave 1 på websiden med [java applets for STK 4500](#)