

Prøveeksamen i MAT0100V våren 2016

Vedlegg: Tabeller over binomialkoeffisienter og standardnormalfordelingsfunksjonen.
(Disse tabellene vil også være lagt ved eksamensoppgavene.)

OPPGAVE 1

I trekanten $\triangle ABC$ er O sentrum for den omskrevne sirkelen, T skjæringspunktet mellom medianene. La D, E, F være fotpunktene til medianene i trekanten fra hhv A, B, C .

- Vis at $\triangle ABC$ og $\triangle DEF$ er formlike, med forhold 2 : 1 mellom sidekantene.
- Vis at O er skjæringspunktet mellom høydene i $\triangle DEF$, og at T er skjæringspunktet mellom medianene i $\triangle DEF$.

OPPGAVE 2

Gitt punktene $S = (-\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ og $S' = (\sqrt{2}, \sqrt{2})$ i planet. Finn likningen til det geometriske stedet for punkter P slik at $|PS - PS'| = |SS'|$. Hva er symmetriaksene til dette geometriske stedet?

OPPGAVE 3

Ved Stortingsvalget i 2013 stemte 16,3% av velgerne på Fremskrittspartiet. Tenk deg at du er med på å gjennomføre en valgdagsmåling i 2013, og at du spør 10 tilfeldig valgte velgere hvilket parti de nettopp stemte på.

- Hva er sannsynligheten for nøyaktig to av dem du spør stemte på Fremskrittspartiet
- Hva er sannsynligheten for at minst to av dem du spør stemte på Fremskrittspartiet?

Det er mange intervjuere som er med på å gjennomføre valgdagsmålingen, og til sammen spør de 5000 tilfeldig valgte velgere hvilket parti de nettopp stemte på.

- Hva er sannsynligheten for valgdagsmålingen gir Fremskrittspartiet en oppslutning på høyst 15,5%?
- Hva er sannsynligheten for valgdagsmålingen gir Fremskrittspartiet en oppslutning på minst 17,5%?

Ved en meningsmåling for NRK i mars 2016 svarte 968 personer at de ville ha stemt hvis det hadde vært stortingsvalg, og av dem ville 180 ha stemt på Fremskrittspartiet.

- Lag et 95% konfidensintervall for Fremskrittspartiets oppslutning i mars 2016. Gir konfidensintervallet grunnlag for å si at Fremskrittspartiets oppslutning har endret seg siden stortingsvalget i 2013?

OPPGAVE 4

En mobiltelefon har en PIN-kode som du må taste inn hver gang telefonen har vært slått av. Poenget med det er å sikre at ikke andre skal kunne bruke telefonen din. (PIN er en forkortelse for "personal identification number".) En PIN-kode består av fire sifre som kan være 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 eller 9.

- a) Hvor mange forskjellige PIN-koder fins det?

Mia vil bytte PIN-koden på mobiltelefonen sin.

- b) Hvor mange forskjellige PIN-koder kan hun velge mellom hvis alle sifrene skal være forskjellige?

Når en mobiltelefonen har vært slått av, har du tre forsøk på å taste inn riktig PIN-kode. Hvis du taster feil PIN-kode tre ganger blir SIM-kortet sperret. Felix husker at PIN-koden hans består av sifrene 3, 5, 7 og 9. Men han husker ikke rekkefølgen de står i.

- c) Hva er sannsynligheten for SIM-kortet hans blir sperret hvis han prøver seg med tilfeldige rekkefølger for de fire sifrene?

Hvis SIM-kortet har blitt sperret må du taste inn PUK-koden for å oppheve sperringen. (PUK er en forkortelse for "Personal Unblocking Key".) En PUK-kode består av åtte sifre som kan være 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 eller 9.

- d) Hvor mange forskjellige PUK-koder fins det?
Hvor mange PUK-koder fins det som består bare av oddetall?

Dersom du taster PUK-koden feil ti ganger, blir SIM-kortet ødelagt og du må bestille nytt SIM-kort.

- e) Hva er sannsynligheten for at du unngår å få ødelagt SIM-kortet hvis du prøver deg fram med tilfeldig valgte PUK-koder?

OPPGAVE 5

Sigdcelleanemi er en farlig blodsykdom som særlig rammer mennesker av afrikansk opprinnelse. Et barn får sykdommen dersom det får en bestemt recessiv genutgave (a) fra både mor og far. Barnet får ikke sykdommen hvis det får den dominante genutgaven (A) fra minst én av foreldrene. Vi ser først på et par der både kvinnen og mannen har genotypen Aa . Ingen av dem lider av sigdcelleanemi, men de er bærere av sykdommen og kan føre den videre til sine barn. Et barn paret får har 50% sannsynlighet for å arve hver av de to genutgavene (A og a) fra mor og fra far. Arven fra de to foreldrene er uavhengig.

- a) Hva er sannsynligheten for at et barn paret får, vil lide av sigdcelleanemi?
b) Paret får to barn. Hva er sannsynligheten for at ingen av dem vil lide av sykdommen?

Vi ser så på et par der mannen er bærer av sigdcelleanemi (dvs. har genotypen Aa). Kvinnen lider ikke av sigdcelleanemi, men vi vet ikke om hun er bærer av sykdommen eller ikke. Sannsynligheten for at hun er bærer er 8% (svarende til andelen bærere i den afroamerikanske befolkningen), mens sannsynligheten er 92% for at hun ikke er bærer.

- c) Hva er sannsynligheten for at et barn paret får, vil lide av sigdcelleanemi?
d) Paret får to barn. Hva er sannsynligheten for at ingen av dem vil lide av sykdommen?
e) Anta at paret har fått to barn og at ingen av dem lider av sigdcelleanemi.
Hva er da sannsynligheten for at kvinnen er bærer av sykdommen?

Tabellen gir binomialkoeffisientene $\binom{n}{r}$ for ulike verdier av n og r .

	$r = 2$	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$n = 3$	3	1									
4	6	4	1								
5	10	10	5	1							
6	15	20	15	6	1						
7	21	35	35	21	7	1					
8	28	56	70	56	28	8	1				
9	36	84	126	126	84	36	9	1			
10	45	120	210	252	210	120	45	10	1		
11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1	
12	66	220	495	792	924	792	495	220	66	12	1
13	78	286	715	1287	1716	1716	1287	715	286	78	13
14	91	364	1001	2002	3003	3432	3003	2002	1001	364	91
15	105	455	1365	3003	5005	6435	6435	5005	3003	1365	455
16	120	560	1820	4368	8008	11440	12870	11440	8008	4368	1820
17	136	680	2380	6188	12376	19448	24310	24310	19448	12376	6188
18	153	816	3060	8568	18564	31824	43758	48620	43758	31824	18564
19	171	969	3876	11628	27132	50388	75582	92378	92378	75582	50388
20	190	1140	4845	15504	38760	77520	125970	167960	184756	167960	125970
21	210	1330	5985	20349	54264	116280	203490	293930	352716	352716	293930
22	231	1540	7315	26334	74613	170544	319770	497420	646646	705432	646646
23	253	1771	8855	33649	100947	245157	490314	817190	1144066	1352078	1352078
24	276	2024	10626	42504	134596	346104	735471	1307504	1961256	2496144	2704156
25	300	2300	12650	53130	177100	480700	1081575	2042975	3268760	4457400	5200300

	$r = 13$	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
$n = 13$	1											
14	14	1										
15	105	15	1									
16	560	120	16	1								
17	2380	680	136	17	1							
18	8568	3060	816	153	18	1						
19	27132	11628	3876	969	171	19	1					
20	77520	38760	15504	4845	1140	190	20	1				
21	203490	116280	54264	20349	5985	1330	210	21	1			
22	497420	319770	170544	74613	26334	7315	1540	231	22	1		
23	1144066	817190	490314	245157	100947	33649	8855	1771	253	23	1	
24	2496144	1961256	1307504	735471	346104	134596	42504	10626	2024	276	24	1
25	5200300	4457400	3268760	2042975	1081575	480700	177100	53130	12650	2300	300	25

**Tabellen gir arealet under standardnormalfordelings-
funksjonen til venstre for z for negative z -verdier**

z	Siste desimal i z									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
-3	0.0013	0.0010	0.0007	0.0005	0.0003	0.0002	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000
-2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
-2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
-2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
-2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
-2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
-2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
-2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
-2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
-2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
-2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
-1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
-1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
-1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
-1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
-1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
-1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
-1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
-1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
-1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
-1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
-0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
-0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
-0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
-0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
-0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
-0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
-0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
-0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
-0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
-0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641

**Tabellen gir arealet under standardnormalfordelings-
funksjonen til venstre for z for positive z -verdier**

z	Siste desimal i z									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3	0.9987	0.9990	0.9993	0.9995	0.9997	0.9998	0.9998	0.9999	1.0000	1.0000