

REGNELØRDAG, MAT 1001,
3. DESEMBER 2011

Oppgavesettet består av 8 oppgaver. Et 4-timers eksamenssett kunne bestå av oppgave 1 eller 2, oppgave 3 eller 7, oppgave 5 eller 6 og oppgave 4 eller 8.

OPPGAVE 1

Et inhomogent lineært likningssystem er gitt ved

$$\begin{cases} x + 2y - z = \beta \\ \beta x - y + 2z = 0 \\ 2x + y + \beta z = 1 \end{cases}$$

hvor β er et reelt tall. For en bestemt verdi av β har likningssystemet uendelig mange løsninger. Finn denne verdien for β og skriv opp alle løsningene av likningssystemet i dette tilfellet.

OPPGAVE 2

En andre ordens inhomogen differenslikning er gitt ved

$$x_{n+2} + x_{n+1} - 2x_n = 3$$

Finn den spesielle løsningen til differenslikningen med initialbetingelser $x_0 = 2$ og $x_1 = 0$

OPPGAVE 3

En fallskjermhopper hopper ut fra et helikopter og bretter umiddelbart ut kroppen sin i flystilling. Hopperen faller vertikalt og dras mot bakken av tyngdekraften samtidig som han bremses av luftmotstanden. Farten $v(t)$ til hopperen kan beskrives av differensiallikningen

$$v' + kv = g$$

hvor k er en positiv konstant og g er tyngdens akselerasjon. Vi setter $v(0) = 0$. Løs likningen og finn et uttrykk for farten $v(t)$. Etter hvert vil fallskjermhopperens fart stabilisere seg. Finn denne farten uttrykt ved konstantene k og g .

OPPGAVE 4

En differensiallikning er gitt ved

$$y' = \lambda xy^2$$

der λ er en positiv konstant og y er en funksjon av x . Løs differensiallikningen og finn et uttrykk for y som en funksjon av x . Vis at dersom vi setter $y(0) = 1$ vil løsningen være gitt ved

$$y(x) = \frac{2}{2 - \lambda x^2}$$

Når $x \rightarrow \infty$ vil løsningen y av differensiallikningen stabilisere seg på en bestemt verdi. Finn denne verdien.

OPPGAVE 5

En andre ordens differensiallikning er gitt ved

$$y'' + \frac{1}{2}y' - 5y = 0$$

Finn den spesielle løsningen av differensiallikningen som tilfredsstill initialbetingelsene $y(0) = 3$ og $y'(0) = -3$.

OPPGAVE 6

En 2. ordens differensiallikning er gitt ved

$$y'' + 2y' + 10y = 0$$

Finn den spesielle løsningen av differensiallikningen som tilfredsstill initialbetingelsene $y(0) = 0$ og $y'(0) = 3$.

OPPGAVE 7 En første ordens differensiallikning er gitt ved $y' + \frac{1}{x}y = \cos x$, hvor vi antar at $x > 0$. Finn den spesielle løsningen til denne differensiallikningen som tilfredsstill $y(\pi) = 0$.

OPPGAVE 8

En separabel diff.likning er gitt ved

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}z\right) = \lambda z^{\frac{1}{2}}, \quad \lambda < 0 \quad 0 \leq t \leq -\frac{1}{\lambda}$$

Løs likningen når vi antar at $z(0) = 1$. Ved tiden $t = T$ har vi $z(T) = 0$. Finn T uttrykt ved konstanten λ .