UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Deleksamen i: MAT1001 (prøve) — (Matematikk 1.

Eksamensdag: Engang i 2014.

Tid for eksamen: 10:00 – 12:00.

Oppgavesettet er på 5 sider.

Vedlegg: Ingen.

Tillatte hjelpemidler: Ett tosidig A4-ark med valgfri tekst, håndskrevet eller trykt, samt godkjent kalkulator.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

KANDIDATNR. __________

Oppgavesettet består av 17 flervalgsoppgaver med fem svaralternativ. Svarene avgis i svartabellen nedenfor. Det skal settes kun ett kryss for hver oppgave. Ikke avgitt svar regnes som galt svar og gir 0 poeng, det samme er tilfelle dersom det er satt flere kryss på samme oppgave. Hver oppgave gir 2 poeng for rett svar. Til sammen kan du oppnå 34 poeng. Kun arket med svartabellen skal leveres inn.

Oppgave	Alt. a)	Alt. b)	Alt. c)	Alt. d)	Alt. e)
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					

(Fortsettes på side 2.)

Oppgave 1. Løs likningssystemet

$$\begin{aligned} x - y &= 4 \\ x + y &= 0. \end{aligned}$$

Hva blir y?
a) -4 b) 3 c) -2 d) 1 e) 2.

Oppgave 2. Det lineære ligningessystemet

$$\begin{aligned} x + y + z &= 1 \\ x + 2y + 3z &= 0 \end{aligned}$$

har løsningsmengde gitt ved $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} =$

a) $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ b) $t \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$ c) $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$ d) $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$
e) har ingen løsning siden det er flere ukjente enn ligninger.

Oppgave 3. Matriseproduktet

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{er lik}$$

a) (5) b) ikke definert c) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$.

Oppgave 4. For hvilken verdi av det reelle tallet a har ligningssystemet

$$\begin{pmatrix} 2 & a \\ 1-a & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ a \end{pmatrix}$$

ingen løsning?
a) $a = 2$ b) $a = -1$ c) $a = -2$ d) $a = 2$ og $a = -1$ e) systemet har alltid en løsning.

(Fortsettes på side 3.)

Oppgave 5. Matriseligningen

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

har løsningsmengde

a) har ingen løsninger b) $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 35/38 \\ 3/38 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 8/9 \\ -2/3 \end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix} 1/2 \\ -1/4 \end{pmatrix}$.

Oppgave 6. Vi har at

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^2 =$$

a) $\begin{pmatrix} 7 & 10 \\ 15 & 22 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 16 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 5 & 10 \\ 15 & 25 \end{pmatrix}$ d) 30 e) $\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$.

Oppgave 7. Determinanten til matrisen

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad \text{er}$$

a) 2 b) 0 c) $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ e) -2.

Oppgave 8. Det karakteristiske polynomet til matrisen

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{er}$$

a) $(\lambda - 1)^2$ b) $\lambda^2 - 1$ c) $\lambda^2 - 2\lambda + 2$ d) $\lambda - 1$ e) $\lambda^2 - 2\lambda$.

Oppgave 9. La $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ være slik at $|\mathbf{x}| = 1$, og la A være matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Sett $\mathbf{y} = A\mathbf{x}$. Da blir $|\mathbf{y}| =$
a) 1 b) $\sqrt{2}$ c) 0 d) $-\sqrt{2}$ e) vet for lite for å bestemme svaret.

(Fortsettes på side 4.)

Oppgave 10. Vi har gitt

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 4. \end{pmatrix}, \quad \text{og} \quad \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Vektoren $\mathbf{r}$ er en egenvektor til A med egenverdi:
a) 0 b) 1 c) 3 d) 6 e) -6.

Oppgave 11. La z være et komplekst tall på formen $z = a + ib$, $i = \sqrt{-1}$, og a, b reelle tall. Vi har at $\bar{z} = a - ib$, da er imaginærdelen til $z/\bar{z}$ lik
a) 1 b) 0 c) $(a+b)/(a^2+b^2)$ d) $b/(a-b)$ e) $2ab/(a^2+b^2)$.

Oppgave 12. Polarformen på det komplekse tallet $z = -1 - i$ er
a) $2e^{-i3\pi/4}$ b) $\sqrt{2}e^{i5\pi/4}$ c) $\sqrt{2}e^{i5/4}$ d) $-\sqrt{2}e^{i3\pi/2}$ e) $5\pi/4$.

Oppgave 13. $(\sqrt{3} + i)^6 =$
a) 28 b) -64 c) 64 d) $27 + i$ e) $6\sqrt{3} + 6i$.

Oppgave 14. En første ordens differensligning er gitt ved

$$x_{n+1} - \frac{1}{2}x_n = 1, \ n \geq 0, \quad x_0 = 0.$$

Da er x_{100} omtrent lik
a) 2 b) 0 c) umulig å si hva denne er d) uendelig e) 150.

Oppgave 15. En følge $\{x_n\}$ er bestemt ved at

$$x_{n+1} = x_n + \frac{n}{2}, \quad \text{for } n \geq 0.$$

Vi har at $x_{20} = 100$, da er x_0 lik:
a) 0 b) umulig å beregne c) 80 d) 205 e) 5.

Oppgave 16.

$$M = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Hvilket av følgende tall er en egenverdi for M?
a) 0 b) 1.366 c) 1 d) $e^{i\pi/3}$ e) $e^{i2\pi/3}$.

(Fortsettes på side 5.)

Oppgave 17. Anta at følgen $\{x_n\}$ tilfredstiller den homogene 2. ordens differensligningen

$$x_{n+2} + x_{n+1} + x_n = 0.$$

Vi har gitt at $x_0 = x_6 = 0$. Da er x_3
a) umulig å beregne b) 0 c) $2\pi/3$ d) $\sqrt{3}/2$ e) $1/2$.