Hans Brodersen
B 617
N. H. A.

1.4

c) $L_1: \ 7x - 5y = 3$

$L_2: \ x + 5y = 1$

Fra L_2 får vi $x = 1 - 5y$. Sett inn i L_1

$$7(1-5y) - 5y = 3$$

$$7 - 35y - 5y = 3$$

$$7 - 40y = 3, \quad 40y = 7 - 3 = 4$$

$$y = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}$$

$$x = 1 - 5y = 1 - \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$(x, y) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{10}\right)$$

d) $L_1: \quad x+2y-z=5$

$L_2 \quad 2x-y \quad =2$

$L_3: \quad x+y+z=3$

Fra L_2; $\underline{y=2x-2}$

L_1; $x+2(2x-2)-z=5$

$5x-4-z=5$

$\underline{5x-z=9}$ ✓

L_3; $x+(2x-2)+z=3$

$\underline{3x+z=5}$ ✓

$$\begin{cases} 5x-z=9, \\ 3x+z=5 \Rightarrow z=5-3x \end{cases}$$

$5x-(5-3x)=9$

$8x=14, \quad x=\frac{14}{8}=\frac{7}{4}$

$z=5-3x=5-3\frac{7}{4}=\frac{20-21}{4}=-\frac{1}{4}$

$y=2x-2=2\frac{7}{4}-2=\frac{3}{2}$

$\underline{(x,y,z)=\left(\frac{7}{4},\frac{3}{2},-\frac{1}{4}\right)}$

Oppgave 5

a) $L_1: \quad x+y+z=0$

$L_2: \quad x-y+3z=0$

L_2 gir oss $y = x+3z$

L_1; $\quad x+(x+3z)+z=0$

$2x+4z=0$

$2x=-4z, \quad x=-2z$

$y = x+3z = -2z+3z = z$

Setter $z=t$, får vi

$\{(x,y,z)\} = \{(-2t,t,t) : t \in \mathbb{R}\}$

$(x,y,z) \in \{(-2t,t,t) : t \in \mathbb{R}\}$

b) $L_1: \quad x - y + 2z = 4$

$L_2: \quad 2x - 2y + 4z = 8$

$2L_1 - L_2: (2x - 2y + 4z) - (2x - 2y + 4z) = 8 - 8$

$0 = 0$

$L_2 = 2L_1$

Får da $\quad x - y + 2z = 4$

$x = y - 2z + 4 \;, \; y = s, \; z = t$

$(x, y, z) \in \{(4 + s - 2t, s, t) : s, t \in \mathbb{R}\}$

N.B om L_2 erstattes med

$2x - 2y + 4z = 10 \quad 2L_1 - L_2$ gir da

$0 = 8 - 10 = -2$ umulig

Ingen løsninger.

c) $L_1: \; x+y+z+w=15$

$L_2: \; x-2y+4z-w=12$

$$\left.\begin{array}{ll} L_1-L_2: & 3y-3z+2w=3 \\ L_2+2L_1 & 3x+6z+w=42 \end{array}\right\}$$

Sett $z=s$, $w=t$ og får

$$x=\frac{42-6z-w}{3}=14-2s-\tfrac{1}{3}t$$

$$y=\frac{3+3z-2w}{3}=1+s-\tfrac{2}{3}t$$

$$(x,y,z,w)\in\left\{\left(14-2s-\tfrac{1}{3}t,\, 1+s-\tfrac{2}{3}t,\, s,\, t\right): s,t\in\mathbb{R}\right\}$$

Oppgave 7

a) $L_1: \quad 3x - \frac{1}{2}y = 0$

$L_2: \quad -6x + y = 0$

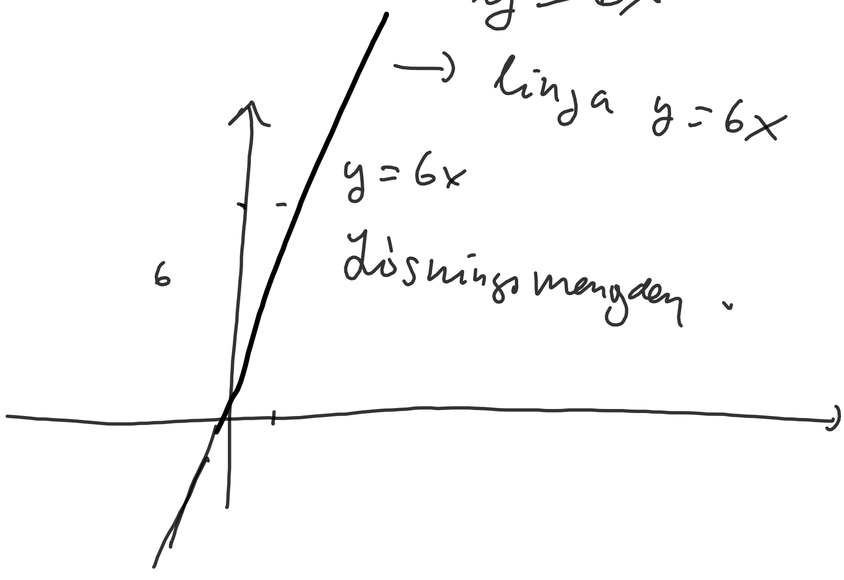
$2L_1 + L_2 \quad (6x - y) + (-6x + y) = 0 + 0$

$0 = 0$

$L_2 = -2L_1 \qquad 3x - \frac{1}{2}y = 0$

$y = 6x$

$\rightarrow$ linja $y = 6x$



$y = 6x$

Løsningsmengden.

Oppgave 7

b) $L_1: \; x + 2y = 1$

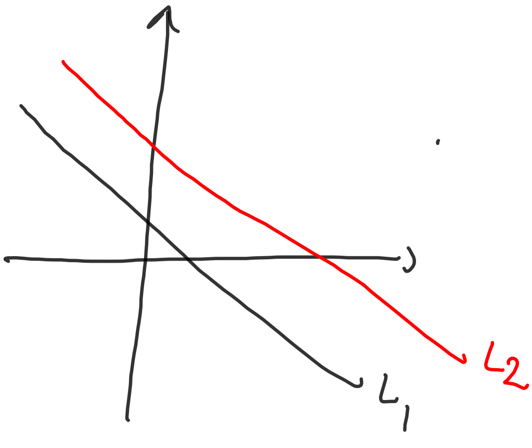
$L_2: \; x + 2y = 2$

$L_1 - L_2$ gir oss $0 = -1$ umulig.

Ingen løsning. $L_1: \; y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

$L_2: \; y = -\frac{1}{2}x + 1$

Svarer til to parallelle linjer



c) $L_1: \quad 3x + y = 4$

$L_2: \quad 6x + y = 8$

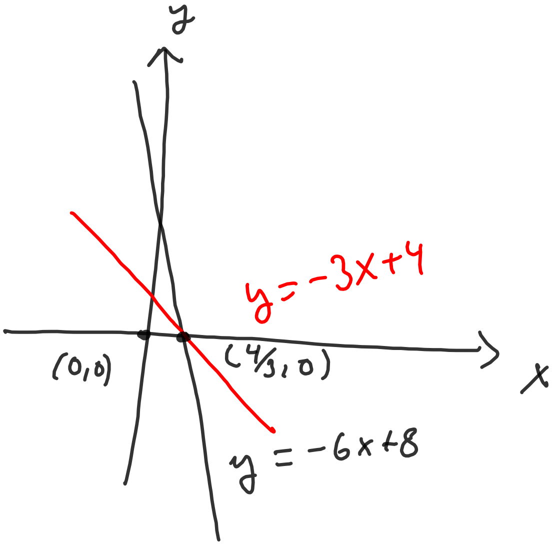
$L_2 - L_1 \quad 3x = 4, \quad x = \frac{4}{3}$

$L_1 \quad 3\,\frac{4}{3} + y = 4$

$4 + y = 4, \quad y = 0 \qquad (x,y) = \left(\frac{4}{3}, 0\right)$

$y = -3x + 4$

$y = -6x + 8$



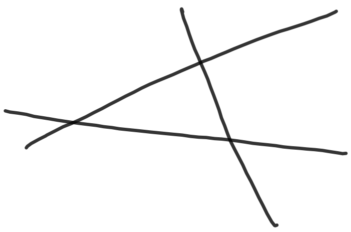
Oppgave 8

$$a_1 x + b_1 y = c_1$$
$$a_2 x + b_2 y = c_2$$
$$a_3 x + b_3 y = c_3$$

Hvilke geometriske fenomener kan oppstå og hva svarer dette til når det gjelder løsninger?

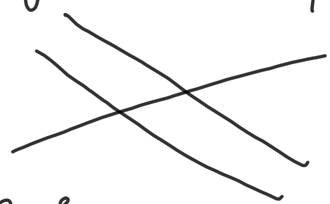
① Når har vi ingen løsninger?

1a) Tre ikke-parallelle linjer som ikke skjærer i felles punkt

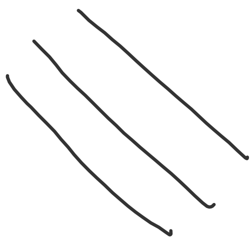


1b) To av linjene er parallelle og ikke sammenfallende.

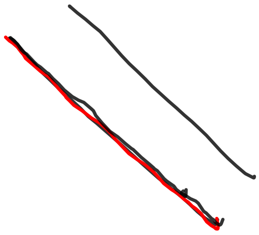
$1b_1$ og den tredje linja er ikke parallell med noen av disse



1b2 og den tredje linja er parallell med disse to og ikke faller sammen med noen av de to



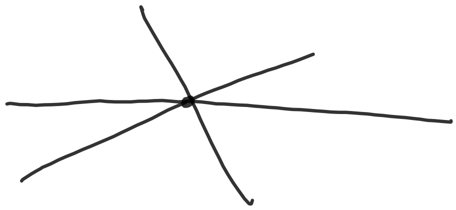
1b3 den tredje linja faller sammen med en av de to parallelle



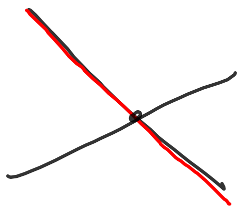
En lösning

Eks 2

2a) Ingen av linjene er parallelle men har et felles punkt

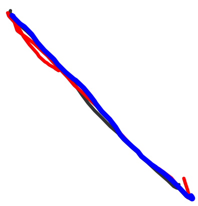


2b) To av linjene er parallelle og faller sammen og den tredje er ikke parallell



3) Uendelig mange lösninger.

Alle linjer er parallelle og faller sammen



Oppgave 10

$L_1 \quad x+4y-2z=1$

$L_2 \quad x-y+z=1$

$L_3 \quad 2x+3y-z=2$

a) $L_1; \quad x = 1-4y+2z$

$L_2; \quad (1-4y+2z)-y+z=1, \quad -5y+3z=0$

$L_3; \quad 2(1-4y+2z)+3y-z=2, \quad -5y+3z=0$

Setter $y=t, \quad z=\frac{5}{3}y=\frac{5}{3}t$

$x = 1-4t+\frac{10}{3}t = 1-\frac{2}{3}t$

$(x,y,z) \in \{(1-\frac{2}{3}t, t, \frac{5}{3}t) : t \in \mathbb{R}\}$

Uendelig mange løsninger (og disse vil gi oss en linje) Har tre ikke parallelle plan som skjærer i én linje. Svarer til e) på figur 1.4. (spørsmål c)