Funksjoner

Hva er en funksjon?

I MAT1001: Alle funksjoner er reelle

Matematisk presist: $\boxed{f : \underset{x}{\mathbb{R}} \to \underset{f(x)}{\mathbb{R}}}$

Tenk en boks! $f(x) = 2x$ (eksempel)

x	1	2	3	4
f	$\boxed{2\cdot 1}$	$\boxed{2\cdot 2}$	$\boxed{2\cdot 3}$	$\boxed{2\cdot 4}$
f(x)	2	4	6	8

Definisjonsmengden til en funksjon f:

X verdiene f(x) er definert for (D_f i bok)
(Tenk "det som kan puttes inn i f(x)")

Eksempler:

$f(x) = |x|$, $D_f = (-\infty, \infty)$ (eller $x \in \mathbb{R}$)
$f(x) = \cos(x)$, $D_f = (-\infty, \infty)$
$f(x) = \frac{1}{x}$, $D_f = (-\infty, \infty)$ "Bortsett fra"

okt 20-08:13

Verdimengden til en funksjon f:

Mengden av alle verdiene til en funksjon f (V_f)
(tenk "utfallet til f(x)")

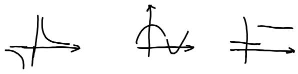
Eksempler:

$f(x) = |x|$, $V_f = [0, \infty)$
$f(x) = \cos(x)$, $V_f = [-1, 1]$
$f(x) = \frac{1}{x}$, $V_f = (-\infty, \infty)$, $x \neq 0$

Kontinuerlige og diskontinuerlige funksjoner

Kontinuerlige:

Diskontinuerlige:



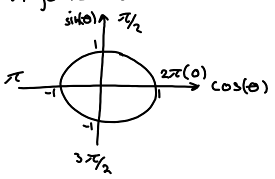
Enkel definisjon:

En funksjon er kontinuerlig når grafen til funksjonen kan skisseres uten å løfte blyanten

okt 20-08:29

Trigonometriske funksjoner

Vi jobber stort sett med sinus- og cosinusfunksjon



maksverdi: største verdien
minverdi: minste verdien
middelverdi: gjennomsnitt av min og maks
amplitude: maks avstand fra middelverdi
periode: avstand mellom to etterfølgende topper
sirkelfrekvens: beskriver svingingene
jo kortere perioder, jo høyere sirkelfrekvens
jo lengre perioder, jo lavere sirkelfrekvens
akrofase: x-verdien til den første toppen på høyre side av y-aksen

okt 20-08:43

Eksempel:

$a + b\cos(cx + d)$, $a, b, c, d \in \mathbb{R}$

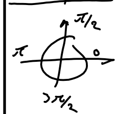
a = middelverdi, siden cos(...) er mellom -1 og 1
b = amplitude, siden maksverdi = a + b, minverdi = a − b
c = sirkelfrekvens
periode: $\frac{2\pi}{T} = c$

$T = \frac{2\pi}{c}$

akrofase:
- utgangspunkt $[0, T)$
- $cx + d = 0$, siden vi vet at $\cos(0) = 1$ som er høyeste verdien til cos(...) og vi er ute etter første topp på høyre side av y-aksen
- Løs for x, dersom x ikke er i intervallet $[0, T)$, trekk fra eller legg til T. Fortsatt ikke i intervallet? trekk fra eller legg til T enda en gang.. gjenta til vi havner innenfor intervallet.

NB!

For:	sett
$\sin\theta$	$\pi/2$
$-\sin\theta$	$3\pi/2$
$\cos\theta$	0
$-\cos\theta$	π



okt 20-08:52

Derivasjon

Noen skrivemåter for den deriverte av f(x):

$f'(x)$, $\frac{\partial f(x)}{\partial x}$, $D[f(x)]$, $\{f(x)\}'$

Definisjon (i bok)

$$\boxed{\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}}.$$

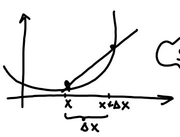
Eksempel: $f(x) = x^2$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{(x+\Delta x)^2 - x^2}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{x^2 + 2x\Delta x + (\Delta x)^2 - x^2}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{2x\Delta x + (\Delta x)^2}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} 2x + \Delta x$$

$$= \underline{\underline{2x}}$$



S. 248

okt 20-09:20

Deriverte funksjoner

$(n)' = 0$, $n \in \mathbb{R}$
$(x^n)' = nx^{n-1}$
$(e^x)' = e^x$
$(a^x)' = a^x \ln a$, $a \in \mathbb{R}$
$(\ln x)' = \frac{1}{x}$
$(\cos x)' = -\sin x$
$(\sin x)' = \cos x$

Må kunne!

$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$

$\frac{1}{x^n}$ kan skrives som x^{-n}

bør kunne!

Logaritmiske regler:

- Logaritmen til et tall ≤ 0 eksisterer ikke

$\ln(a \cdot b) = \ln(a) + \ln(b)$
$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$
$\ln(a^b) = b \cdot \ln(a)$

okt 20-09:31

Derivasjonsregler

1) $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$

2) $(f(x) - g(x))' = f'(x) - g'(x)$

$u' \cdot v + u \cdot v'$

3) $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

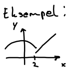
4) $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g(x)^2}$

5) $\left(f(\underbrace{g(x)}_{\text{kjerne!}})\right)' = f'\,g(x) \cdot g'(x)$

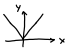
Deriverbarhet:

Forklares gjennom eksempler

Eksempel:



ikke kontinuerlig i $x = 2$
$\Rightarrow$ ikke er deriverbar i $x = 2$



knekkpunkt i $x = 0$
$\Rightarrow$ ikke deriverbar i $x = 0$

Konklusjon:
- * En funksjon som ikke er kontinuerlig i punktet $x = a$ er heller ikke deriverbar i $x = a$
- * En funksjon med knekk i punktet $x = a$ har ikke en bestemt tangent i $x = a$ og dermed ikke deriverbar i $x = a$

okt 20-09:40