3. november 2015

Plan:
- Repetisjon antiderivert
- Eksempler
- Substitusjon
- Annet? Delvis integrasjon?
- Oblig 2.

Antiderivasjon

$F(x)$ er slik at $F'(x) = f(x)$

En antiderivert

$F(x) + C$ er den antideriverte

konstant

Grunn: $(F(x)+C)' = F'(x) + (c)' = f(x)$

Vi skriver $\boxed{\int f(x)\,dx = F(x) + C}$

Eksempler

① $\int 5x^4 + x^2\,dx = \int 5x^4\,dx + \int x^2\,dx$

Kladd: $(x^5)' = 5x^4$ flott!

$\left(\frac{1}{3}x^3\right)' = x^2$

$\int 5x^4\,dx + \int x^2\,dx = \underbrace{x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C}_{\text{sjekk ved å derivere}}$

② $\int \frac{1}{x}\,dx$ Husk: $(\ln|x|)' = \frac{1}{x}$ → absolutt-verdi fordi $\ln(x)$ ikke tar inn negative x

Så: $\int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x| + C$ sjekk ved å derivere

$\boxed{\text{Viktig eksempel}}$

$\boxed{\text{se regler side 261}}$

Kjerneregel baklengs (→ substitusjon)

Har $F(x)$ som er slik at $F'(x) = f(x)$.

Hva om vi har $F(g(x))$?

$$(F(g(x)))' = F'(g(x)) \cdot g'(x) = f(g(x)) \cdot g'(x)$$

$$\boxed{\int f(g(x)) \cdot g'(x)\,dx = F(g(x)) + C}$$

Eks: $\int 2x \cdot e^{x^2}\,dx$

$= e^{x^2} + C$ sjekk!

kjerne: x^2
derivert: $(x^2)' = 2x$

Substitusjon

Bytte ut kjernen og det vi antideriverer mhp. for å få et enklere uttrykk å jobbe med.

Eksempler

① $\int x^3 \sin(x^4)\,dx$

$= \int \frac{1}{4}\sin(u)\,du = \frac{1}{4}\int \sin(u)\,du$

$= \frac{1}{4}(-\cos(u)) + C$

$= -\frac{1}{4}\cos(x^4) + C$ sjekk!

Substitusjon

$x^4 = u$

$4x^3 = \frac{du}{dx}$

$4x^3\,dx = du$

$x^3\,dx = \frac{1}{4}\,du$

(2) $\int \frac{2x}{x^2+7}\,dx$

$= \int \frac{1}{u}\,du$

$= \ln|u| + C$

$= \ln|x^2+7| + C$

sjekk!

Substitusjon

$u = x^2+7$

$\frac{du}{dx} = 2x$

$du = 2x\,dx$

Delvis integrasjon

$$\boxed{\int u'v\,dx = uv - \int u v'\,dx}$$

Eks: $\int \overset{u'}{x^2} \cdot \overset{v}{\ln|x|}\,dx$

$u' = x^2$ | $v = \ln|x|$

$u = \frac{1}{3}x^3$ | $v' = \frac{1}{x}$

$= \frac{1}{3}x^3 \cdot \ln|x| - \int \frac{1}{3}x^3 \frac{1}{x}\,dx$

$= \frac{1}{3}x^3 \cdot \ln|x| - \frac{1}{3}\int x^2\,dx$

$= \frac{1}{3}x^3 \cdot \ln|x| - \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}x^3 + C = \frac{1}{3}x^3\left(\ln|x| - \frac{1}{3}\right) + C$

Oblig 2

- $\frac{dr}{dt} = \frac{dr}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt}$ Kjerneregel!
- $\frac{d^2 r}{d\varphi^2}$ dobbeltderivert

$\left(\frac{dr}{d\varphi}\right)^2$ er den deriverte i annen

Tips:

d) Vi har $\left(\frac{du}{d\varphi}\right)^2 = R_s u^3 - u^2 + \left(\frac{E}{L}\right)^2$

Deriver venstre side (V.S) for seg (Kjerneregel!) og H.S. for seg, og sett dem lik hverandre.

e): Tegn figur! Husk $u = \frac{1}{r}$

Skriv u_h nå: $u_h = \frac{\cos\varphi}{b}$

$$\frac{d^2 u_h}{d\varphi^2} + u_h = 0$$

f) $u = u_h + u_s$

↳ derivasjon av sum: deriver hvert ledd for seg

↳ fra e): $\frac{d^2 u_h}{d\varphi^2} + u_h = 0$

↳ mulig dere må faktorisere for å gjenkjenne $u_h + 2u_s$

↳ Bonus: Skill mellom $=$ og $\approx$

g) $u_s = A\cos^2\varphi + B$

Løsning av $\frac{d^2u_s}{d\varphi^2} + u_s \approx \frac{k}{b^2}\cos^2\varphi$

↳ To måter å derivere $\cos^2\varphi$:

- Produktregel : $\cos\varphi \cdot \cos\varphi$
- Kjerneregel : $(\cos\varphi)^2$

↳ $\sin^2\varphi + \cos^2\varphi = 1$ gir oss:

$\sin^2\varphi - \cos^2\varphi = 1 - 2\cos^2\varphi$

h) Summeformel cosinus :

$\cos(a+b) = \cos(a)\cdot\cos(b) - \sin(a)\cdot\sin(b)$

vinkler

Panikkhjelp 16:00-18:00
i RF-kjeller'n.