8. okt.

Repetisjon

Kap. 1: Lineære likningssystemer

Dere må kunne:

- Løse lineære likningssystemer
  - ↳ én løsning
  - ↳ ingen —"—
  - ↳ uendelig mange løsninger (parameterfremstilling)

Kap. 2: Matriser

- Addisjon av matriser, mult. med konstant

- Matrisemultiplikasjon:

$$\underline{m} \times \underline{n} \cdot \underline{n} \times \underline{q} = \underline{m} \times \underline{q}$$

rad × kolonne

- Determinant til en 2x2- og en 3x3-matrise.

Kap. 3: Lineære likn. syst. og matriser

- Koeffisientmatrise og den utvidede matrisen til et likn. syst.

- Bruke Gauss-Jordan for å løse likningssystemer

- A er en nxn-koeff. matrise:

  Hvis $\det(A) \neq 0$: én løsning

  Hvis $\det(A) = 0$: ingen eller uendelig mange løsninger.

Kap. 4: Anvendelser av lineære likn. syst.

- Egenverdi og egenvektor

  ↳ definisjon: $M\vec{v} = \lambda \vec{v}$

  ↳ metoden

  ↳ anvendelser

- Karakteristisk polynom

Kap.5: Tallfølger

- Forklare hva en følge er
- Konvergens, divergens

Kap.6: Første ordens lineære differenslikninger

- Gjenkjenne homogen/inhomogen
- Løsningsmetoden!
- Når du har funnet x_n, kan du regne ut feks. x_{200}.

Kap.7: Komplekse tall og trigonometri

- $i = \sqrt{-1}$, $i^2 = -1$
- def. av komplekst tall z
- regneregler (divisjon)
- den konjugerte $\bar{z}$

- Enhetssirkelen
  ↳ tegne opp og bruke

- $z = a + ib$

  $z = \rho(\cos\theta + i\sin\theta)$

  $z = \rho e^{i\theta}$

- De Moivres formel

<u>Kap. 8</u>: Andre ordens lin. differenslikninger

- Gjenkjenne homogen/inhomogen
- Løsningsmetode
  ↳ kartesisk likning

Notatarket

- A er en kvadratisk koeff.matrise

  $\det(A) \neq 0$: én løsning

  $\det(A) = 0$: ingen / uendelig mange

  Skriv ned løsningsforslag

- Potensregler : $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

  $a^0 = 1$

  $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

- Enhetssirkel
- Tabell med cos / sin - verdier (eksakte verdier)
- Divisjon av komplekse tall:

$$\frac{w}{z} = \frac{w}{z} \cdot \frac{\bar{z}}{\bar{z}} = \frac{w\bar{z}}{z \cdot \bar{z}} = a + ib$$

- abc-formelen? $ax^2 + bx + c = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Eksempler:

(5) 2012

$$B\vec{v} = \lambda\vec{v}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Prøver:

a) $$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix} \overset{?}{=} \lambda \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

ikke egenvektor

⋮

c) $$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ -6 \\ 10 \end{bmatrix} = -2 \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -5 \end{bmatrix}$$

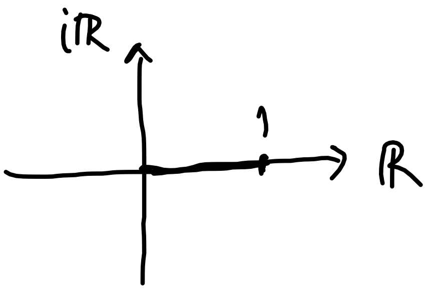
12

2013

$$\frac{1}{2}\cdot e^{i\frac{\pi}{2}} \cdot 2\cdot e^{-i\frac{\pi}{2}}$$

$$= 2\cdot\frac{1}{2}\cdot e^{i\frac{\pi}{2}-i\frac{\pi}{2}}$$

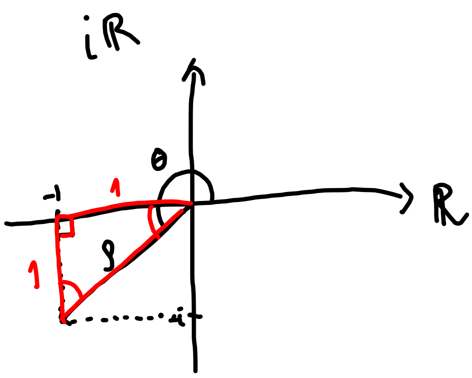
$$= 1\cdot e^{0} = 1\cdot 1 = 1$$



$\theta = 0$

14

$$z = -1 - i$$



$\theta = \frac{5\pi}{4}$

NB:

$2+2i$

$-5-5i$

$\vdots$

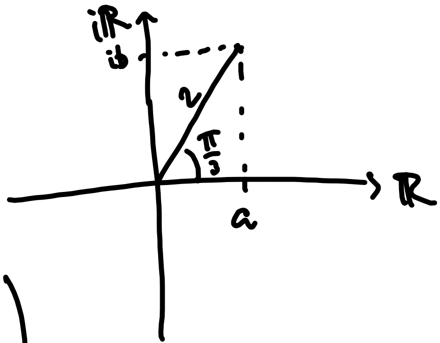
$$\rho = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

$$z = -1 - i = \rho e^{i\theta} = \sqrt{2}\, e^{i\frac{5\pi}{4}}$$

13 $z = 2e^{i\frac{\pi}{3}} - 1$

2013

$2e^{i\frac{\pi}{3}}$:



$$2e^{i\frac{\pi}{3}} = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$$

$$= 2\left(\frac{1}{2} + i\,\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$z = 1 + i\sqrt{3} - 1 = i\cdot\sqrt{3}$$