4. september 2017

MAT 1001

Obligatorisk oppgave 1 av 2

Innleveringsfrist

Torsdag 21. September 2017, klokken 14:30 i Devilry (https://devilry.ifi.uio.no).

Instruksjoner

Du velger selv om du skriver besvarelsen for hånd og scanner besvarelsen eller om du skriver løsningen direkte inn på datamaskin (for eksempel ved bruk av LaTeX). Besvarelsen skal leveres som én PDF-fil. Scannede ark må være godt lesbare. Besvarelsen skal inneholde navn, emne og oblignummer.

Det forventes at man har en klar og ryddig besvarelse med tydelige begrunnelser. Husk å inkludere alle relevante plott og figurer. Studenter som ikke får sin opprinnelige besvarelse godkjent, men som har gjort et reelt forsøk på å løse oppgavene, vil få én mulighet til å levere en revidert besvarelse. Samarbeid og alle slags hjelpemidler er tillatt, men den innleverte besvarelsen skal være skrevet av deg og reflektere din forståelse av stoffet. Er vi i tvil om du virkelig har forstått det du har levert inn, kan vi be deg om en muntlig redegjørelse.

I oppgaver der du blir bedt om å programmere må du legge ved programkoden og levere den sammen med resten av besvarelsen. Det er viktig at programkoden du leverer inneholder et kjøreeksempel, slik at det er lett å se hvilket resultat programmet gir.

Søknad om utsettelse av innleveringsfrist

Hvis du blir syk eller av andre grunner trenger å søke om utsettelse av innleveringsfristen, må du ta kontakt med studieadministrasjonen ved Matematisk institutt (7. etasje i Niels Henrik Abels hus, e-post: studieinfo@math.uio.no) i god tid før innleveringsfristen.

For å få adgang til avsluttende eksamen i dette emnet, må man bestå alle obligatoriske oppgaver i ett og samme semester.

For fullstendige retningslinjer for innlevering av obligatoriske oppgaver, se her:

www.uio.no/studier/admin/obligatoriske-aktiviteter/mn-math-oblig.html

LYKKE TIL!

Det kreves 60 % riktig for å bestå og at det gjøres et forsøk på alle punkter. Ved rettingen gis hvert delspørsmål 0-10 poeng, dvs. maks poengsum 70. Grensen for å få godkjent er altså 42 poeng.

Oppgave 1. Vi skal studere sjebnen til et kull av 210 MAT 1001 studenter etterhvert som tiden går. Vi lar x_n betegne antall studenter som fortsatt studerer MAT 1001 n år etter at de startet (og ser bort fra regelen om at man bare har tre forsøk).Tilsvarende betegner y_n antall studenter som studerer andre fag enn MAT 1001 og z_n antall studenter som har sluttet å studere etter n år. Det er altså gitt at $x_0 = 210$, $y_0 = 0$ og $z_0 = 0$.

Av de som studerer MAT 1001 et gitt år stryker 20% og må ta kurset om igjen neste år. 70% studerer andre fag neste år og 10% har sluttet å studere. Av de som studerer andre fag vil 80% fortsatt studere andre fag neste år og 20% har sluttet å studere. Av de som har sluttet å studere vil 10% begynne å studere andre fag igjen, men ingen begynner å studere MAT 1001 ("Aldri mer MAT 1001!").

Vi skal studere hvordan dette systemet utvikler seg over tid. Vi regner eksakt matematisk og da blir mange av tallene ikke heltallige. Vi bryr oss ikke om det. Vi lar u_n betegne tilstandsvektoren etter n år, dvs.

$$u_n = \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \end{pmatrix}$$

Dynamikken i problemet er beskrevet av en overgangsmatrise M gitt ved

$$M = \begin{pmatrix} 0,2 & 0 & 0 \\ 0,7 & 0,8 & 0,1 \\ 0,1 & 0,2 & 0,9 \end{pmatrix}$$

a) Gi en forklaring, ved figur eller på annen måte, at M er overgangsmatrisen i dette problemet, dvs. at $u_{n+1} = Mu_n$.

b) Hvor mange studenter har sluttet å studere etter ett og to år? (Rund av til nærmeste heltall.)

c) Finn den karakteristiske ligningen til matrisen M. Sjekk svaret ditt ved å sjekke at røttene er $0,2$ og $0,7$ og 1.

d) Finn egenvektorene til M for de forskjellige egenverdiene.

e) Finn en formel for u_n. Hvilken grense vil dette nærme seg når n går mot uendelig ?

Oppgave 2. Vi ser på det linære ligningssystemet(a er et reellt tall) :

$$x + ay - a^2 z = 1 \quad (1)$$
$$2ax + y = 1 \quad (2)$$
$$x - y + az = 0 \quad (3)$$

a) Beregn determinanten til koeffisientmatrisen.

b) For hvilke verdier av a har systemet ingen, en eller uendelig mange løsninger ?