

b) Regn ut  $BA$  og  $CA$ .

$$BA \begin{matrix} \downarrow \downarrow \\ \rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 6 & 2 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$CA \begin{matrix} \downarrow \downarrow \\ \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 6 & 4 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Formuler en regel: (Kolonne  $i$ ) i  $BD$  er  $a_i$  ganget (Kolonne  $i$ ) i  $B$ .

2.9 La  $A$  være en kvadratisk matrise.

( $m \times m$ ) Definerer:  $A^2 = A \cdot A$

$$A^3 = A \cdot A \cdot A$$

kalles en potens  $\rightarrow A^k = \underbrace{A \cdot A \cdot \dots \cdot A}_k$  ganger av  $A$ .

a) La  $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ . Finn  $I^2$  og  $I^3$ .

$$I^2 \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$I^3 = I^2 \cdot I = I \cdot I = I^2 = I.$$

$I$  kalles identitetsmatrisen ( $I_2$ ).

$$\left( I_m = \begin{bmatrix} 1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 1 \end{bmatrix} \right); \quad \begin{matrix} I_m B = B \\ (m \times m) \quad (n \times m) \end{matrix} \quad \begin{matrix} B I_m = B \\ (m \times n) \quad (m \times m) \end{matrix}$$

b)  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ c & 1 \end{bmatrix}$ ,  $c \in \mathbb{R}$ , (vilkårlig)

Finn  $A^2, A^3, A^4$  og et generelt uttrykk for  $A^n$

$$A^2 \begin{matrix} \downarrow \downarrow \\ \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ c & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ c & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ c+c & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2c & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$A^3 = A \cdot A^2 \begin{matrix} \downarrow \downarrow \\ \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ c & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2c & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ c+2c & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3c & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$A^4 = A \cdot A^3 \begin{matrix} \downarrow \downarrow \\ \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ c & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3c & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 4c & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$\text{Generelt: } A^n = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ nc & 1 \end{bmatrix}, \quad n \in \mathbb{N}.$$