UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i:	MAT1001 — Matematikk i praksis I.
Eksamensdag:	Torsdag 11. desember 2008.
Tid for eksamen:	9.00 – 12.00.
Oppgavesettet er på 2 sider.	
Vedlegg:	Ingen.
Tillatte hjelpemidler:	Hver student har lov til å ta med seg ett tosidig A4-ark med valgfri tekst, håndskrevet eller trykt og godkjent kalkulator.

Kontroller at oppgavesettet er komplett
før du begynner å besvare spørsmålene.

For hver oppgave er det angitt en maksimal poengskår. Til sammen på de 8 delspørsmålene gir det en maksimal sum på 66 poeng. Poengene på dagens eksamen legges sammen med den poengsummen dere fikk på midtveiseksamen, slik at maksimal poengsum blir 100. Denne summen legges til grunn for karakteren dere får på kurset.

Oppgave 1

a) [8 poeng] Finn en antiderivert til funksjonen $f(x) = xe^{x^2}$.

b) [10 poeng] En første ordens differensiallikning er gitt ved $y' + \frac{1}{x}y = 2e^{x^2}$, hvor vi antar at $x > 0$. Finn den spesielle løsningen til denne differensiallikningen som tilfredsstiller $y(1) = 0$.

Oppgave 2

[10 poeng] Et inhomogent lineært likningssystem er gitt ved

$$\begin{cases} x - y + z &= 1 \\ 2x - y + 2z &= 1 \\ 2y + \gamma z &= -1 \end{cases}$$

(Fortsettes side 2.)

hvor γ er et reelt tall. Avgjør for hvilke valg av γ likningssystemet har løsning og finn denne uttrykt ved γ.

Oppgave 3

En dempet svingende fjærs bevegelse kan beskrives ved en andre ordens differensiallikning,

$$y'' + y' + y = 0$$

a) [8 poeng] Finn den generelle løsningen til denne differensiallikningen.

b) [8 poeng] Finn den spesielle løsningen av differensiallikningen som tilfredsstiller initialbetingelsene $y(0) = 0$ og $y'(0) = \sqrt{3}$.

Oppgave 4

I en modell for en kaninpopulasjon antar vi at endringen i populasjonen ($\frac{dy}{dt}$) er proposjonal med kvadratet av antall kaniner (y) i populasjonen. Dette gir oss differensiallikningen

$$\frac{dy}{dt} = \lambda y^2 \qquad \lambda > 0$$

a) [10 poeng] Finn den generelle løsningen for differensiallikningen.

b) [8 poeng] Ved tiden $t = 0$ setter vi $y(0) = N$. Finn en spesiell løsning som tilfredsstiller denne initialbetingelsen, uttrykt ved λ.

c) [4 poeng] På et gitt tidspunkt t vil denne modellen gi at kaninpopulasjonen $y(t)$ går mot uendelig. Finn denne verdien av t, uttrykt ved λ og N.

SLUTT