UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i	MAT1001 — Matematikk i praksis I.
Eksamensdag:	Fredag 5. juni 2009.
Tid for eksamen:	9.00 – 12.00.
Oppgavesettet er på 2 sider.	
Vedlegg:	Ingen.
Tillatte hjelpemidler:	Hver student har lov til å ta med seg ett tosidig A4-ark med valgfri tekst, håndskrevet eller trykt og godkjent kalkulator.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

For hver oppgave er det angitt en maksimal poengskår. Til sammen på de 8 delspørsmålene gir det en maksimal sum på 66 poeng. Poengene på dagens eksamen legges sammen med den poengsummen dere fikk på midtveiseksamen, slik at maksimal poengsum blir 100. Denne summen legges til grunn for karakteren dere får på kurset.

Oppgave 1

Vi har gitt en andre ordens differensiallikning,

$$y'' + y' + \frac{1}{4}y = 0$$

a) [8 poeng] Finn den generelle løsningen til denne differensiallikningen.

b) [8 poeng] Finn den spesielle løsningen av differensiallikningen som tilfredsstiller initialbetingelsene $y(0) = 1$ og $y'(0) = -\frac{1}{2}$.

Oppgave 2

En vekstmodell er gitt ved differensiallikningen

$$y' = \frac{y}{t^2} \qquad y > 0$$

a) [8 poeng] Finn den generelle løsningen til denne likningen.

b) [10 poeng] Vi setter $y(1) = 1$. Finn den spesielle løsningen som tilfredsstiller denne initialbetingelsen og avgjør hva som skjer med y når $t \to \infty$.

(Fortsettes på side 2.)

Oppgave 3

En kloss sklir nedover et jevnt hellende skråplan med hastighet $v = v(t)$. Tyngdekraften trekker klossen nedover og den bremses av friksjon mellom klossen og underlaget. Bevegelsen kan beskrives av differensiallikningen

$$v'(t) + kv(t) = a$$

der a og k er positive konstanter.

a) [10 poeng] Finn den spesielle løsningen $v(t)$ av differensiallikningen uttrykt ved konstantene a og k når vi antar at $v(0) = 0$.

b) [6 poeng] Etter hvert som tiden går vil hastigheten stabilisere seg på en bestemt verdi. Finn denne uttrykt ved a og k.

Oppgave 4

a) [8 poeng] En andre ordens inhomogen differenslikning er gitt ved

$$x_{n+2} + x_{n+1} + x_n = 3n + 3.$$

Finn den generelle løsningen til denne differenslikningen uttrykt på reell form.

b) [8 poeng] Finn den spesielle løsningen til differenslikningen i oppgave a) som tilfredsstiller initialbetingelsene $x_0 = 1$ og $x_1 = \frac{1}{2}$.

SLUTT