UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i	MAT1001 — Matematikk i praksis I.
Eksamensdag:	Torsdag, 10. desember 2009.
Tid for eksamen:	9.00 – 12.00.
Oppgavesettet er på 2 sider.	
Vedlegg:	Ingen.
Tillatte hjelpemidler:	Hver student har lov til å ta med seg ett tosidig A4-ark med valgfri tekst, håndskrevet eller trykt og godkjent kalkulator.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før
du begynner å besvare spørsmålene.

For hver oppgave er det angitt en maksimal poengskår. Til sammen (på de 8 delspørsmålene) gir det en maksimal sum på 67 poeng. Poengene på dagens eksamen legges sammen med den poengsummen dere fikk på midtveiseksamen, slik at maksimal samlet poengsum blir 100. Denne summen legges til grunn for karakteren dere får på kurset.

Oppgave 1

a) [8 poeng] Finn en antiderivert til funksjonen $f(x) = x^2 e^x$.

b) [10 poeng] En første ordens differensiallikning er gitt ved $y' + y = x^2$. Finn den spesielle løsningen til denne differensiallikningen som tilfredsstiller $y(0) = 1$.

Oppgave 2

I en kjemisk reaksjon vil ett molekyl av stoffet A reagere med ett molekyl av stoffet B og danne ett molekyl av stoffet C. Vi blander ut like store mengde (P) av A og B i et vannbad og følger med på reaksjonen. Vi lar $y(t)$ betegne mengden av stoff C som er dannet i vannbadet ved tiden t. Vi antar at y oppfyller differensiallikningen

$$y' = k(P - y)^2$$

der k er en positiv konstant.

(Fortsettes på side 2.)

a) [8 poeng] Løs differensiallikningen og finn et uttrykk for y som en funksjon av tiden t.

b) [6 poeng] Vis at dersom vi setter $y(0) = 0$ vil løsningen i a) være gitt ved
$$y(t) = \frac{P^2kt}{Pkt + 1}$$

c) [5 poeng] Når $t \to \infty$ vil løsningen y av differensiallikningen stabilisere seg på en bestemt verdi. Finn denne verdien.

Oppgave 3

En andre ordens differensiallikning er gitt vd
$$y'' + 2y' + 5y = 0$$

a) [8 poeng] Finn den generelle løsningen til denne differensiallikningen.

b) [8 poeng] Vis ved utregning at den spesielle løsningen av differensiallikningen som tilfredsstiller initialbetingelsene $y(\pi) = 0$ og $y'(\pi) = e^{-\pi}$ er gitt ved
$$y(x) = \frac{1}{2}e^{-x}\sin(2x)$$

Oppgave 4

En andre ordens inhomogen differenslikning er gitt ved
$$x_{n+2} - x_n = 4n - 2$$

a) [8 poeng] Finn den generelle løsningen av differenslikningen.

b) [6 poeng] Gitt initialbetingelser $x_0 = 0$ og $x_1 = 0$, finn den spesielle løsningen til differenslikningen.

SLUTT