UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i	MAT1001 — Matematikk i praksis I.
Eksamensdag:	Mandag, 13. desember 2010.
Tid for eksamen:	9.00 – 13.00.
Oppgavesettet er på 2 sider.	
Vedlegg:	Ingen.
Tillatte hjelpemidler:	Hver student har lov til å ta med seg ett tosidig A4-ark med valgfri tekst, håndskrevet eller trykt og godkjent kalkulator.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før
du begynner å besvare spørsmålene.

For hver oppgave er det angitt en maksimal poengskår. Til sammen (på de 9 delspørsmålene) gir det en maksimal sum på 67 poeng. Poengene på dagens eksamen legges sammen med den poengsummen dere fikk på midtveiseksamen, slik at maksimal samlet poengsum blir 100. Denne summen legges til grunn for karakteren dere får på kurset.

Oppgave 1

En andre ordens differensialligning er gitt ved

$$y'' - 4y' + 13y = 0$$

a) [6 poeng] Finn den generelle løsningen til denne differensialligningen.

b) [6 poeng] Finn den spesielle løsningen som oppfyller initialbetingelsene $y(0) = 1$ og $y'(0) = -1$.

Oppgave 2

a) [8 poeng] Finn alle de antideriverte til funksjonen $f(x) = xcos(x)$.

b) [10 poeng] Finn den løsningen av den første ordens differensialligningen $xy' + y = xcos(x)$ som tilfredsstiller $y(\frac{\pi}{2}) = 3$.

(Fortsettes på side 2.)

Oppgave 3

a) [8 poeng] Finn egenverdiene og egenvektorene til matrisen M,

$$M = \begin{bmatrix} -0.5 & 3 \\ -0.5 & 2 \end{bmatrix}$$

b) [3 poeng] Den skumle kannibalslangen *ormus slemmus cannibalus* er kjent for at hannene spiser av avkommet. Hver hunslange føder i gjennomsnitt 3 hanslanger og 2 hunslanger og hver hanslange fortærer i gjennomsnitt 0.5 hanslanger og 0.5 hunslanger av avkommet. La x_n være antall hanslanger i generasjon nummer n og y_n antall hunslanger. Forklar, ved figur eller på annen måte, at M er overgangsmatrisen til dette problemet, dvs.

$$\begin{bmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} x_n \\ y_n \end{bmatrix}.$$

c) [8 poeng] Hvis det opprinnelig var 50 hanslanger og 50 hunslanger (dvs. $x_0 = 50$ og $y_0 = 50$), finn et uttrykk for $\begin{bmatrix} x_n \\ y_n \end{bmatrix}$ og angi grenseverdien $lim_{n\to\infty} \begin{bmatrix} x_n \\ y_n \end{bmatrix}$.

Oppgave 4

a) [8 poeng] Finn alle de antideriverte til funksjonen $f(x) = 2xcos(x^2)$.

b) [10 poeng] Finn en funksjon y slik at

$$y' = 2xcos(x^2)e^{-y}$$

og $y(0) = 0$.

SLUTT