UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i:	MAT1001 — Matematikk 1
Eksamensdag:	Fredag 13. desember 2013
Tid for eksamen:	09.00 – 13.00

Oppgavesettet er på 2 sider.

Vedlegg:	Ingen
Tillatte hjelpemidler:	Ett tosidig A4-ark med valgfri tekst, håndskrevet eller trykt, samt godkjent kalkulator

Kontroller at oppgavesettet er komplett før
du begynner å besvare spørsmålene.

For hver oppgave er det angitt en maksimal poengskår. Til sammen kan du oppnå 66 poeng. Poengene på dagens eksamen legges sammen med den poengsummen du fikk på midtveiseksamen, slik at maksimal samlet poengsum blir 100. Denne summen legges til grunn for karakteren du får i kurset.

Oppgave 1 (12 poeng)

En andre ordens differenslikning er gitt ved

$$x_{n+2} - 4x_{n+1} + 4x_n = 1$$

Finn den spesielle løsningen av differenslikningen som tilfredsstiller $x_0 = 1$ og $x_1 = 3$.

Oppgave 2 (12 poeng)

Endringen av barometertrykket p med hensyn på høyden x over havet er proporsjonal med barometertrykket ved denne høyden. Det gir en differensialliking

$$\frac{dp}{dx} = -kp$$

der $k = 1,26 \cdot 10^{-4}$. Løs denne likningen når vi setter $p(0) = p_0$. Hvis du vil sjekke om svaret ditt er riktig kan vi opplyse om at barometertrykket på Norges høyeste fjell, Galdhøpiggen (2469 moh.), er ca 73% av barometertrykket ved havoverflaten.

Oppgave 3

a) (8 poeng) Skriv uttrykket $\sqrt{3}\sin\left(\frac{1}{3}t\right)+\cos\left(\frac{1}{3}t\right)$ på formen $A\cos(\omega t - \phi)$.

b) (12 poeng) En funksjon $y = y(t)$ er bestemt av en andre ordens differensiallikning

$$9y'' + y = 0$$

Vi vet at $y(\pi) = 2$ og $y'(\pi) = 0$. Finn y som en funksjon i t.

(Fortsettes på side 2.)

Oppgave 4 (12 poeng)

En første ordens lineær differensiallikning er gitt ved

$$y' + \frac{y}{x} = -2, \quad x > 0$$

hvor $y(1) = 0$. Løs likningen og finn et uttrykk for $y = y(x)$.

Oppgave 5

En bakteriepopulasjon $P = P(t)$ vokser i henhold til differensiallikningen

$$\frac{dP}{dt} = 0,2P(1 - \frac{P}{200})$$

Ved tiden $t = 0$ er populasjonen på 100 gram.

a) (6 poeng) Vis at funksjonen

$$P(t) = \frac{200}{e^{-0,2t} + 1}$$

gir en løsning av denne likningen.

b) (4 poeng) Når $t \to \infty$ vil populasjonen stabilisere seg på en bestemt verdi. Finn denne.

SLUTT